



¿El espacio qué? El espacio K

Nader Salhab Ibáñez, Beatriz Cabrera Pérez, María Pilar Lombao Gracia, Marc Aparisi Pons, Cristina Biosca Calabuig, Josep Mogort Martínez, Sara Roig Sánchez, Madalina Doinita Scurt, Carlos Parralejo Cañada

Hospital Clinic Universitari de València, València

Durante la residencia o durante nuestro trabajo de adjunto cuando empezamos a enfrentarnos a estudios de resonancia magnética (RM) nos interesamos en mayor o menor medida en el funcionamiento de la misma: ¿cuál es la base física?, ¿cómo se produce la imagen?, ¿qué es la señal?, ¿por qué tal secuencia resalta tal cosa?, ¿cómo mejorar la calidad de imagen? etc. No obstante, siempre nos acabamos encontrando con un concepto abstracto que hace referencia a “donde se almacena la información” obtenida por la RM que después producirá la imagen. Este concepto es el espacio K (**figura 1**). Entender exactamente en qué consiste es difícil debido a la simplificación con la que habitualmente nos enfrentamos al funcionamiento de la RM y su complejidad inherente.

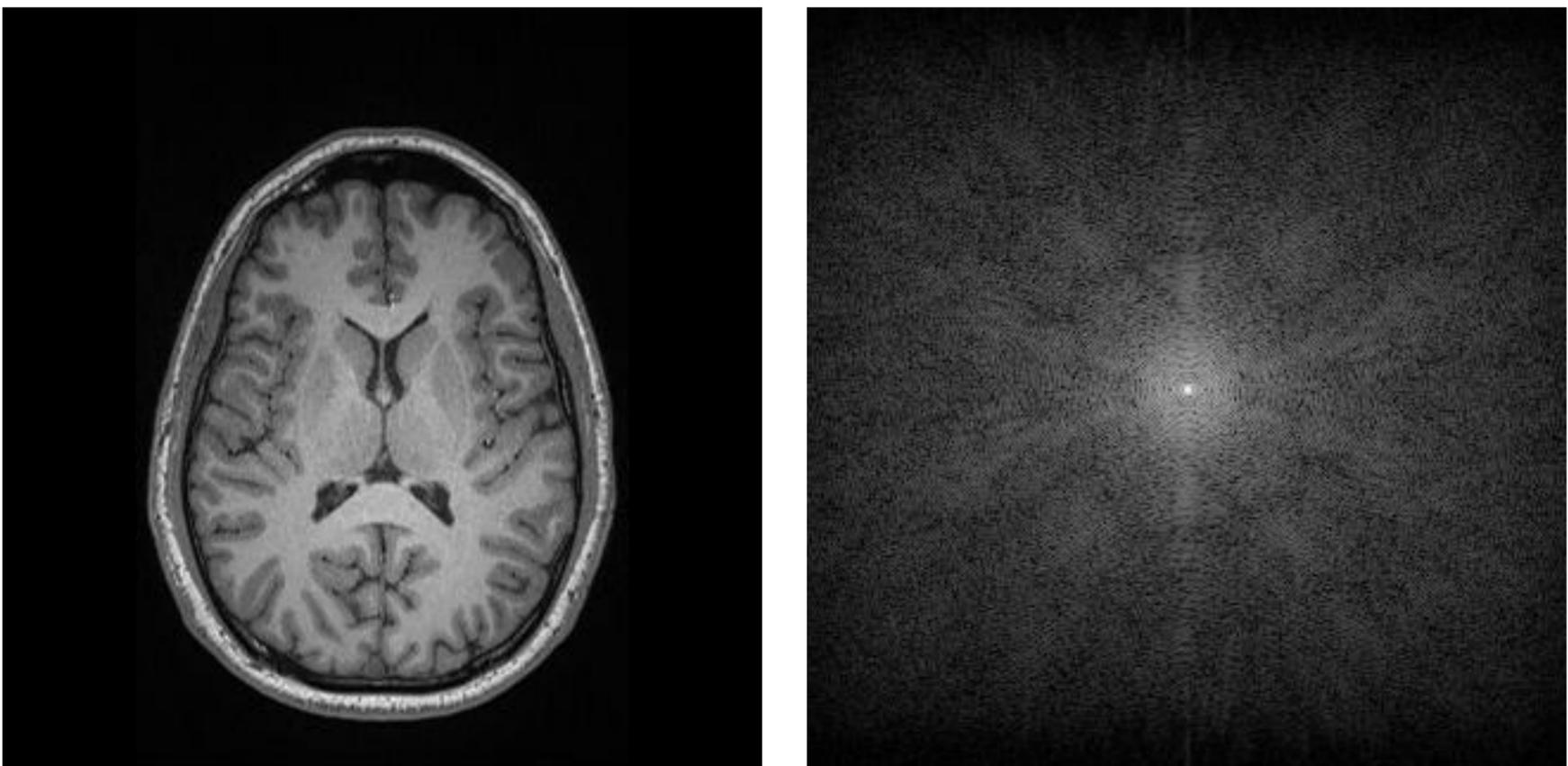


Figura 1. Corte axial de cerebro, obtenido mediante una secuencia espín-eco potenciada en T1 (izquierda) y su espacio K correspondiente (derecha).

Este trabajo supone que el lector tiene un conocimiento básico sobre el funcionamiento de la RM, que está familiarizado con conceptos como: espín, frecuencia de resonancia, pulso de radiofrecuencia (RF), excitación, relajación transversal – tiempo T2, relajación longitudinal – tiempo T1, potenciaciones, secuencias etc.

Aunque no se haga mucho hincapié en estos conceptos algunos de ellos saldrán a lo largo del trabajo sin necesariamente detenerse sobre ellos.

La RM funciona mediante ondas electromagnéticas (EM) tanto para excitar los espines que se encuentran en la zona de estudio como la forma que tienen éstos de emitir la “información que interesa”. Lo que la antena receptora de la RM recibe no son más que ondas electromagnéticas que incluyen en ellas la información sobre los diferentes vóxeles que se han estudiado.

Estas ondas habitualmente se expresan en gráficas como variaciones de la intensidad respecto al tiempo (**figura 2**).

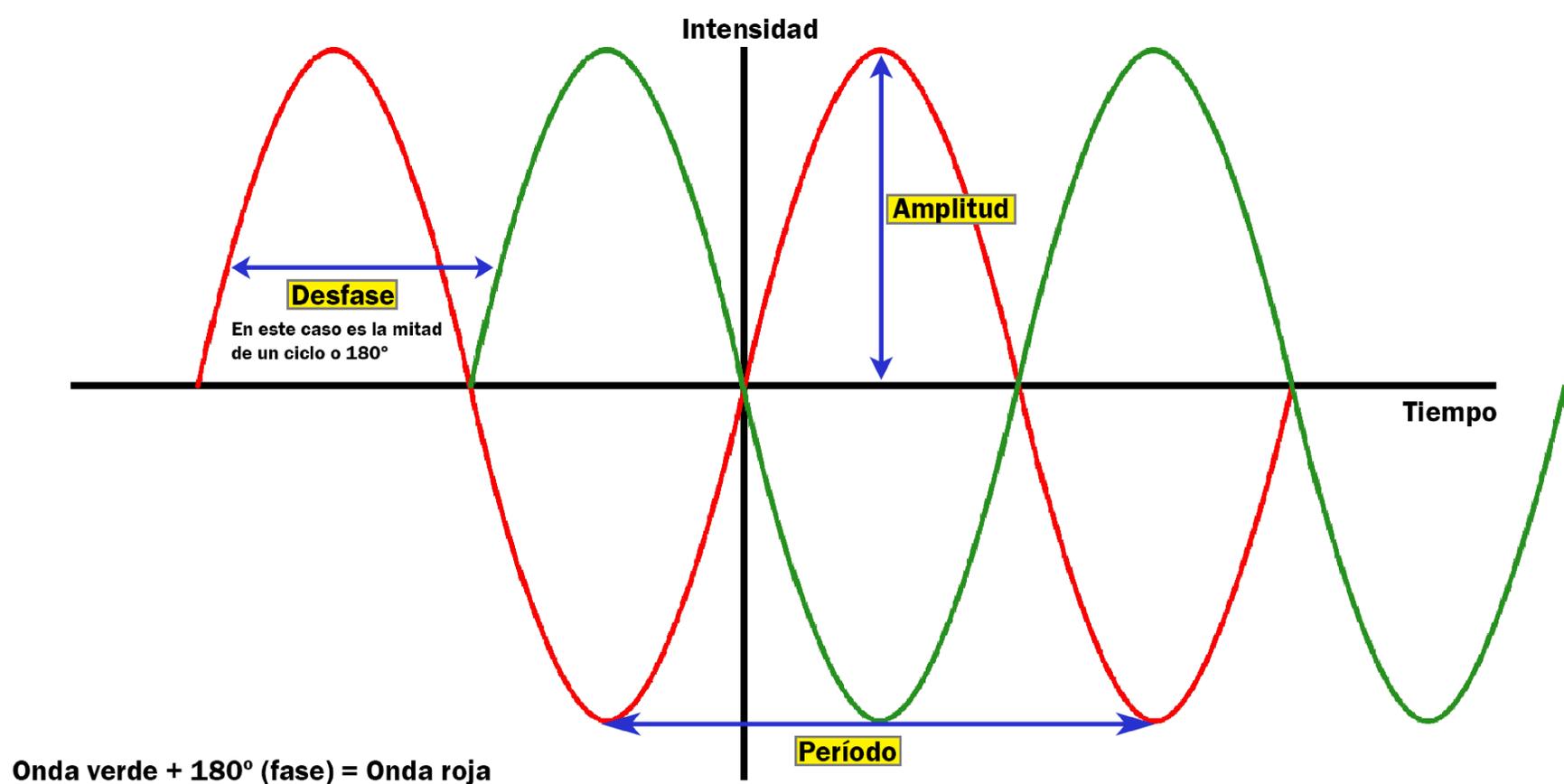


Figura 2. Ejemplo de dos ondas sinusoidales en un eje de intensidad vs tiempo.

Uno de los ejemplos más básicos es la onda sinusoidal que, trabajando en un eje de coordenadas clásico de dos dimensiones, está definida por:

- **Amplitud:** Hace referencia a la energía que la onda posee; dentro de la RM hace referencia a la intensidad de señal – a más amplitud, mayor intensidad de señal.
- **Período / Frecuencia:** Hace referencia al tiempo que tarda en completar un ciclo, es decir de pasar de un punto determinado a otra vez el mismo punto.
- **Fase:** Se refiere a la posición dentro del eje de coordenadas, dos ondas con misma amplitud y frecuencia, pero con distinta fase son idénticas, sólo que una está “adelantada” o “retrasada” respecto a la otra.

Sin entrar en demasiados detalles sobre las propiedades de las ondas hay que conocer que las ondas sinusoidales se pueden representar a partir de estos valores (amplitud, frecuencia y fase) y, además, mediante la suma de ondas simples se pueden formar ondas complejas, y viceversa, descomponer ondas complejas en una serie de ondas sinusoidales “elementales”. Es aquí donde entra la herramienta matemática conocida como **transformada de Fourier (FT)** que permite descomponer estas ondas complejas en sus ondas elementales y mostrarlas en el dominio de frecuencias (**figura 3**).

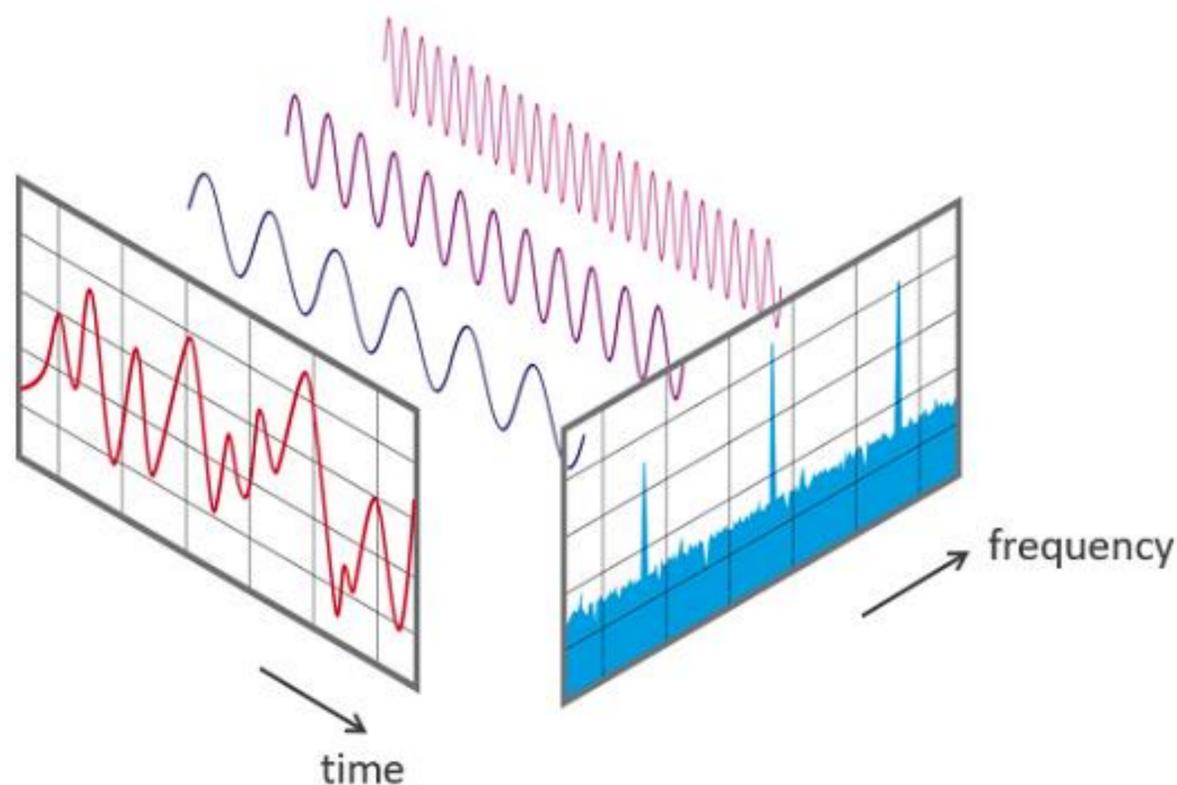


Figura 3. Representación visual sobre un plano de la variación de intensidad de una onda compleja a lo largo del tiempo y su descomposición en ondas armónicas simples de diferente frecuencia que se reflejan en otro plano, esta vez, con la frecuencia en el eje de coordenadas. Distribuida mediante una licencia CC BY-SA 4.0; cortesía de *Phonical*.

Habitualmente esto se suele representar para sonidos. Si se tiene una función sinusoidal con un período de 2.27 ms, o lo que es lo mismo, una frecuencia de 440 Hz, con una amplitud determinada, la transformada de Fourier de dicha función pasará la onda al dominio de frecuencias con un pico de la misma amplitud en el punto que representa la frecuencia 440 Hz (**figura 4**). Adicionalmente, en dicha transformada también se puede incluir la fase de dicha onda.

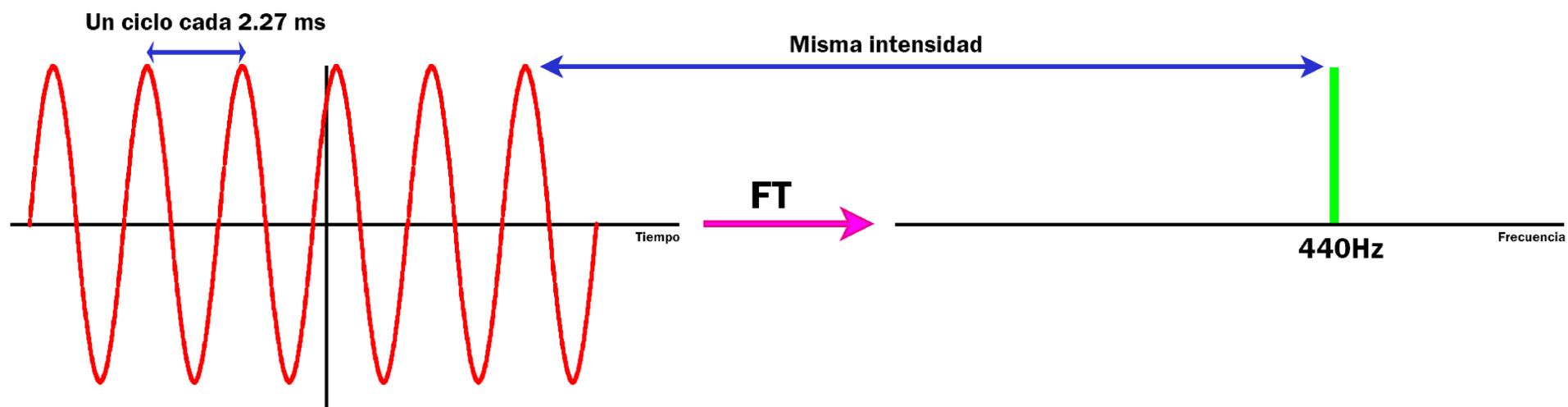


Figura 4. Representación visual de la FT. Una onda en el tiempo con un período de 2.27 ms al someterse a una FT y pasar al dominio de las frecuencias presenta un pico (al ser una única onda simple) en el punto de 440 Hz (su frecuencia) con la misma intensidad en ambos dominios.

La FT funciona tanto sobre funciones que varían con el tiempo como sobre las que varían con el espacio, solo que, en este último caso, la frecuencia hace referencia a la periodicidad con la que la onda cambia de intensidad a lo largo de la distancia (**figura 5**) y se habla no de frecuencias temporales sino de **frecuencias espaciales**.

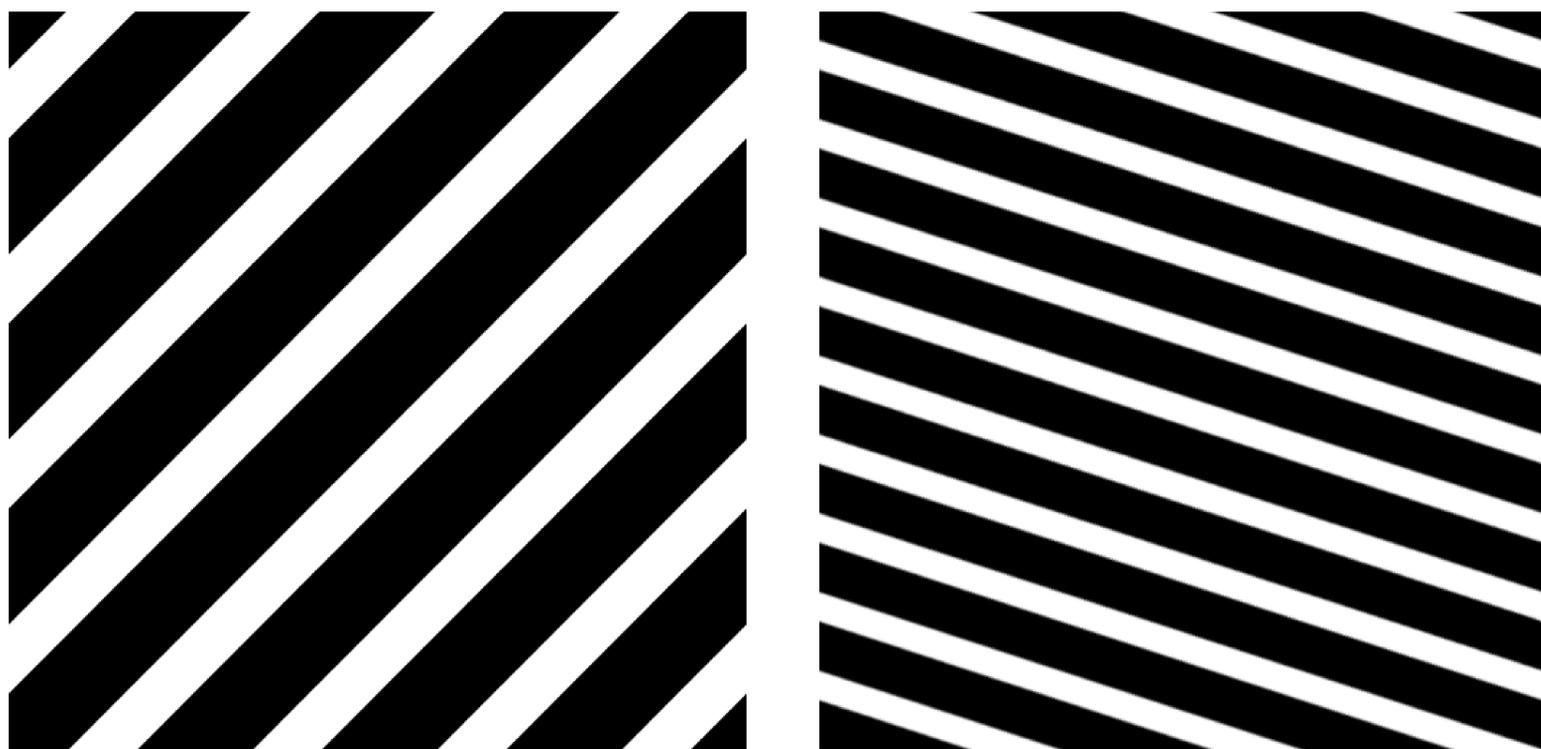


Figura 5. Representación visual en dos dimensiones de ondas espaciales que varían su intensidad no en función del tiempo (unidad de tiempo - segundos) sino de la distancia (unidad de distancia – metros), por ejemplo 6 ciclos por centímetro. Del mismo modo que las ondas “convencionales” tienen intensidad, frecuencia y fase. Además, también tienen dirección.

Para poder entender realmente como funciona y en qué se basa este espacio K se va a dividir este trabajo en dos partes. En la primera parte se hablará de cómo de un corte real de un paciente que está dentro de una RM se construye el famoso espacio K. En la segunda parte, se pasará del espacio K a una imagen de RM como las que se suelen ver en los estudios con los que se trabaja día a día.

Del paciente al espacio K – transformando tejidos en frecuencias.

Se tratará aquí fundamentalmente el caso más básico de reconstrucción del espacio K – aunque hay también otras formas de llevarlo a cabo – estudiando un plano de un paciente mediante una secuencia espín eco 2D y con una reconstrucción del espacio K cartesiana sin ningún tipo de algoritmo de reconstrucción de reducción de tiempo de secuencia.

Cuando un paciente se encuentra en el potente campo magnético de la RM, los protones de los átomos que lo componen¹ tienden a alinearse en la dirección del campo magnético. Esto resulta en una magnetización neta de los protones que equivale a unos 3 espines por millón (para 1.5 T). Esta magnetización neta puede parecer poca. Esto se debe puesto que las interacción térmicas entre las moléculas siguen teniendo mucha mayor influencia sobre los protones que las resultantes del campo magnético, pero al afectar al enorme número de protones en el organismo da lugar a una magnetización neta apreciable.

Para poder obtener la imagen de un plano en concreto hay que ser capaces de decirle a la RM que se desea obtener dicho plano o corte determinado. Luego se debe codificar los vóxeles que lo componen (habitualmente las matrices de vóxeles son de 256 x 256, 512 x 512, 64 x 64... según las necesidades de cada secuencia o los límites técnicos de cada RM) para que, al reconstruir la imagen, se pueda diferenciar qué vóxeles contribuyen a qué parte de la señal global.

¹se hará referencia al hablar de protones a los protones de los átomos de hidrógeno (H⁺) de ahora en adelante por conveniencia, aunque no son los únicos que experimentan fenómenos electromagnéticos.

El campo magnético es más o menos homogéneo a lo largo de todo el cuerpo del paciente – esto no es así pero, por simplicidad, se va a considerar homogéneo. En dicho campo todos los protones de hidrógeno se encuentran precesando a una frecuencia angular de resonancia, determinada por la **ecuación de Larmor**, que es directamente proporcional a la intensidad del campo magnético:

$$\varphi = \gamma \cdot B_0$$

Donde φ es la frecuencia angular de precesión del átomo de hidrógeno, γ es la constante giromagnética propia de cada átomo y B_0 es la intensidad, medida en Teslas, del campo magnético principal.

Si en estas condiciones se emitiese el pulso de RF a dicha frecuencia se excitarían, teóricamente, todos los protones de hidrógeno – en este ejemplo la frecuencia de giro de los espines de hidrógeno en un campo de 1.5 T es de 63.87 MHz (la constante giromagnética del protón de hidrógeno es de 42.58 MHz). No obstante, realmente se busca estudiar únicamente un volumen concreto del paciente y, dentro de dicho volumen, el estudio se realiza (salvo en las adquisiciones 3D) corte por corte.

Para seleccionar uno de estos cortes, se aplica un gradiente a lo largo del campo magnético principal (eje z por convención). Este gradiente, que no es más que un pequeño campo magnético sobreañadido al principal, varía de un valor negativo (disminuye el campo magnético principal) a uno positivo (aumenta el campo magnético principal) pasando por un punto neutro (sin variación del campo magnético principal) lo cual se traduce en una alteración de las frecuencias de los espines que se encuentran afectados por esta variación (**figura 6**).

En aquellos lugares donde el campo magnético esté aumentado su frecuencia de precesión será más alta y viceversa.

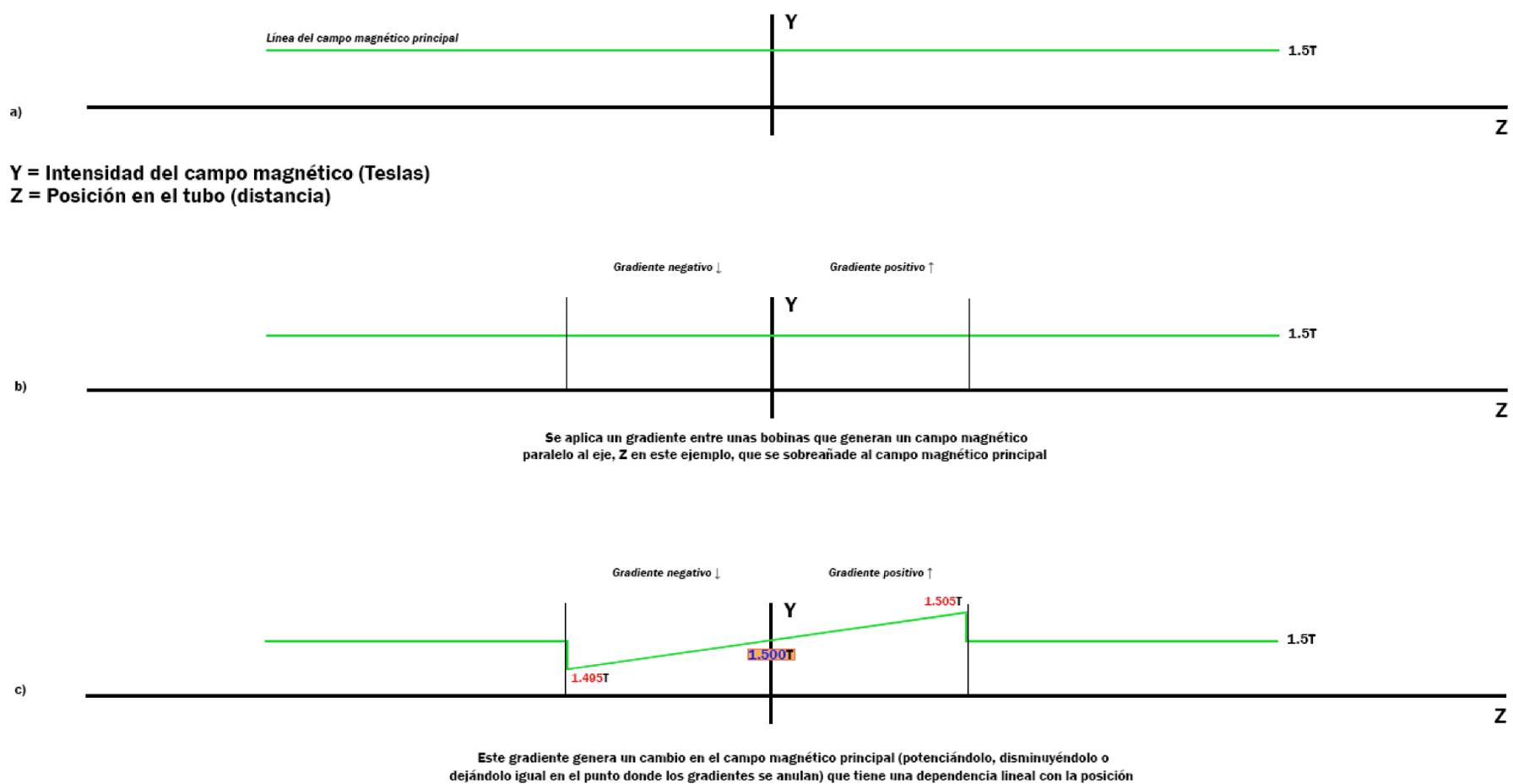


Figura 6. Sobre el campo magnético principal (a) las bobinas de gradiente aplican un campo magnético sobreañadido (b) que hace variar levemente el campo magnético principal de forma lineal con la distancia (c). Aunque aquí se represente de forma aguda esta variación, es decir solo varía entre los puntos de gradiente y no necesita de distancia para aplicarse, en realidad varía de forma más gradual y necesita de una mínima distancia para producir un cambio sobre el campo magnético principal.

Idealmente el pulso de RF – por ejemplo en una secuencia espín eco – que inicia la secuencia tendrá un ancho de banda que contenga las frecuencias incluidas en dicho gradiente. Además, una de las propiedades de este gradiente, es que cambia linealmente con la posición espacial:

$$B(x) = B_0 + x \cdot G_z$$

Donde B_0 es el campo magnético basal, x un punto concreto del espacio en un eje, G_z la variación del campo magnético por unidad de distancia y $B(x)$ el campo magnético total en el punto concreto elegido. Quedan los protones a una determinada frecuencia según la posición dentro del gradiente aplicado.

Gracias a esto se podrá excitar unos protones en un punto del espacio concreto mediante la aplicación de un pulso de RF que afecte a los protones con una frecuencia de precesión determinada por su posición espacial.

Un problema es que al seleccionar el corte mediante el gradiente, al variar las frecuencias de precesión, los espines irán desfasándose unos con otros según su posición a lo largo del tiempo.

Esto será algo que se busque más adelante (y de diferentes formas según la secuencia) cuando se produzca lo que se conoce como un **gradiente de fase**, pero en este momento no interesa que se desfasen así que se aplica un gradiente de polaridad invertida al anterior de tal modo que los espines vuelvan a una misma fase, o se *refasen*, - los que iban más lento irán más rápido y viceversa - en un punto concreto. Este gradiente de refase debe ser la mitad que el utilizado para excitar un determinado corte (**figura 7**).

En la secuencia espín eco, esto se aplica habitualmente al pulso de RF de 90° , no al de 180° , ya que este último pulso ya produce el refase de la magnetización.

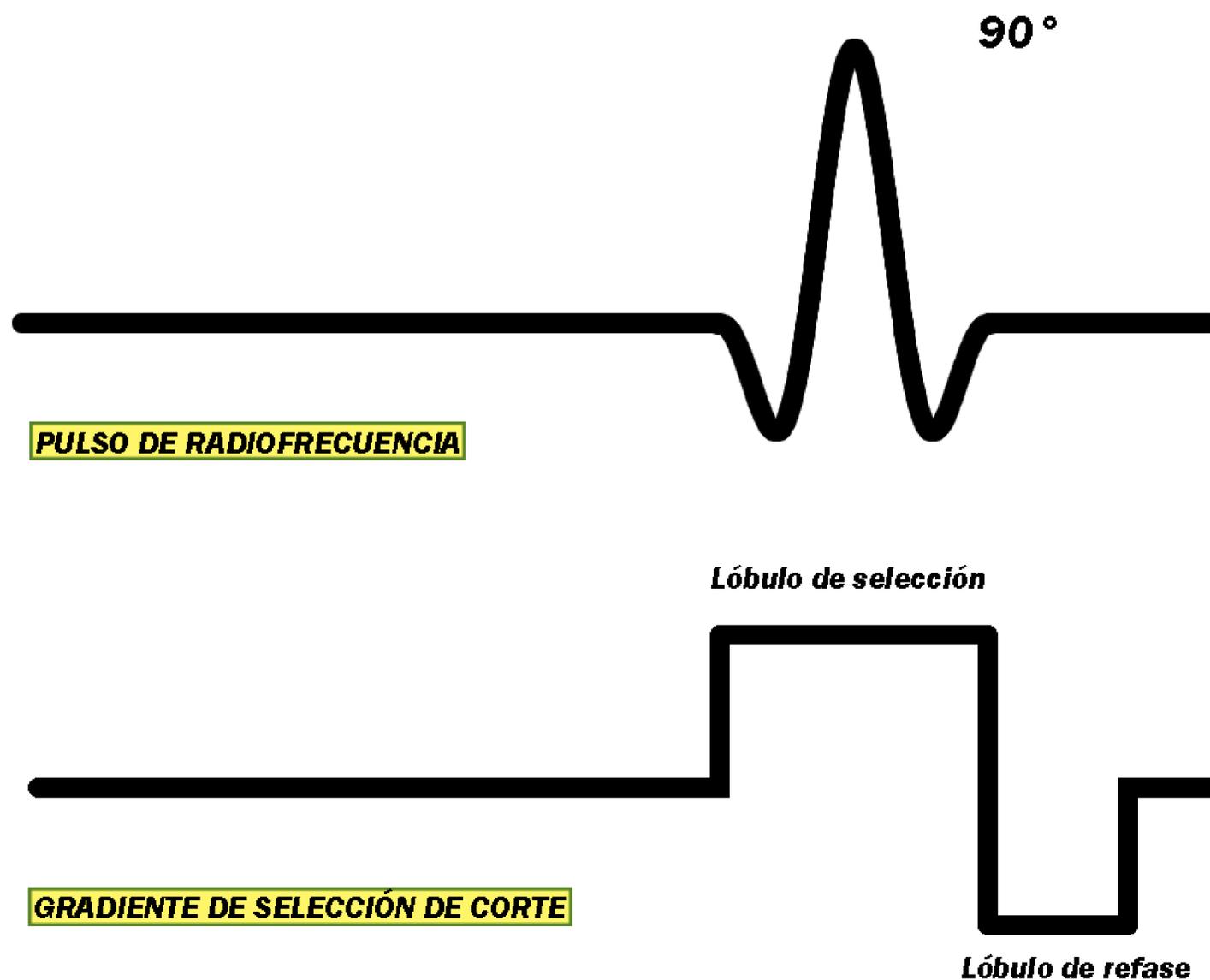


Figura 7. Representación habitual del pulso de RF y el gradiente de selección de corte. Al aplicar el pulso de RF (en la secuencia espín eco en este caso) se aplica un gradiente de selección de corte dentro del campo magnético principal para poder seleccionar el corte a estudio deseado. Este gradiente se compone de un lóbulo de selección de gradiente y otro lóbulo de refase que tiene un área bajo la curva de la mitad.

Una vez seleccionado el corte, los espines, en el momento de empezar a aplicar los gradientes necesarios para poder codificar la señal que se utilizará para rellenar el espacio K se encuentran en fase (gracias al lóbulo de gradiente de refase). Al aplicar a este corte un **gradiente** en el plano seleccionado (en la dirección y o en la x) los espines precesarán a diferentes velocidades según la intensidad del gradiente, produciendo una pérdida de la fase que, al dejar de aplicar el gradiente, se mantiene hasta que se aplica otro gradiente o la señal que proporcionaría el espín decae (por relajación $T2^*$). Esta **pérdida de fase** es **dependiente de la posición del espín** y de la **potencia del gradiente aplicado**, quedando, una vez deja de aplicarse, reflejado en la fase de precesión de los protones. Esto se conoce como **codificación por fase (figura 8)**.

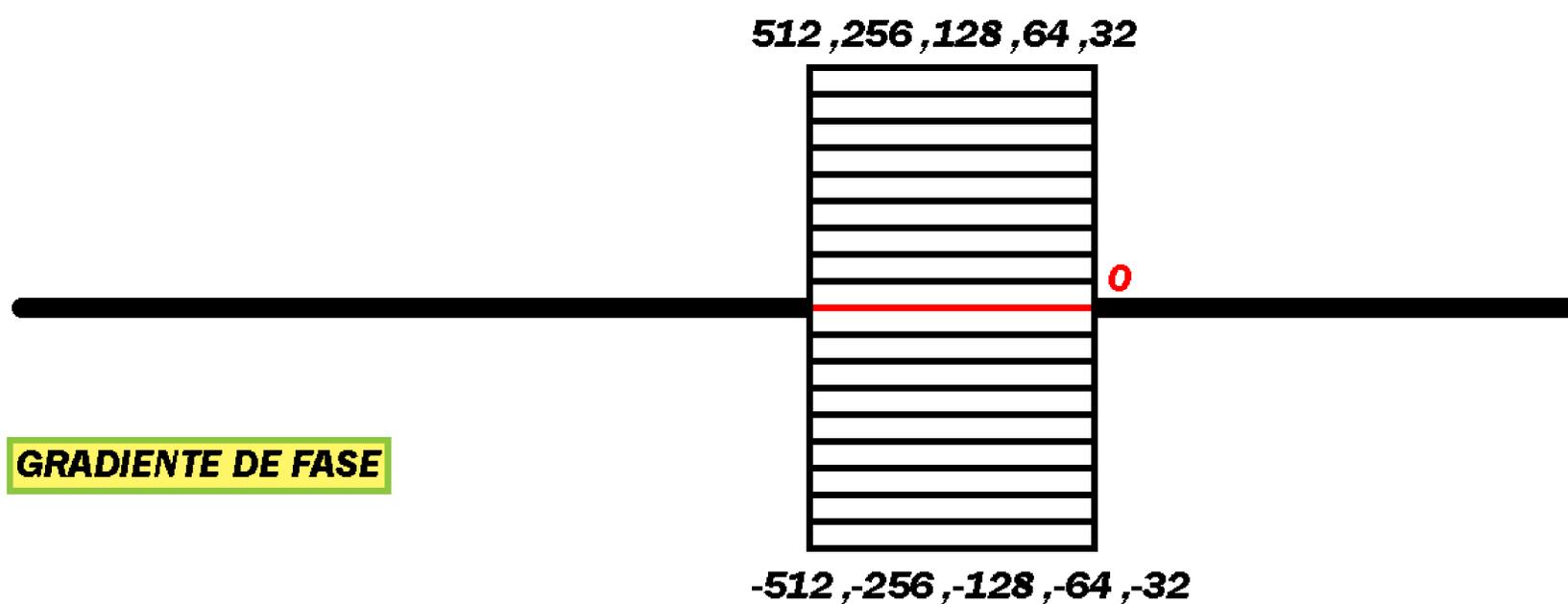


Figura 8. Representación habitual de la aplicación del gradiente de fase *in-plane*. Se pueden identificar las filas con diferentes potencias de gradiente, con los gradientes máximos en los extremos superior e inferior del rectángulo para matrices de datos utilizadas habitualmente en la práctica clínica (± 512 , ± 256 , ± 128 , ± 64 , y ± 32 píxeles). En el centro, representado en rojo, se muestra el gradiente 0, o la ausencia de gradiente de fase que se encuentra habitualmente en el centro de donde se obtendrá la máxima intensidad de señal (ya que no hay pérdida de ésta por el desfase que genera el gradiente de fase).

Uno de los factores determinantes en el tiempo es el número de pasos de gradientes de fase que se aplican a la hora de codificar el corte de la imagen. Por ejemplo si se utiliza una matriz de 256×256 , harán falta 256 pasos de gradiente de fase (± 128) para la codificación del corte. Suponiendo un TR de 1000 ms , el tiempo total teórico sería de $256 \times 1 \text{ s} = 256 \text{ s} = 4,26 \text{ min}$.

Si para codificar en la otra dirección del plano (suponiendo que se ha realizado la codificación de fase en la dirección Y) se hiciera lo mismo, el tiempo total requerido para codificar una matriz de 256×256 con un TR de 1000 ms sería de ¡65,536 s, 1092 min o 18 horas!. Para evitar esto se utiliza otro tipo de codificación más sencilla (y de hecho, históricamente anterior): la **codificación de frecuencia o lectura (figura 9)**.

Este proceso es técnicamente idéntico al utilizado para obtener el corte del paciente solo que esta vez se utiliza en otra dirección del plano, X en este caso,. De nuevo hay que tener en cuenta que al aplicar un gradiente se está también cambiando la fase, por lo tanto, habrá que aplicar primero un lóbulo de desfase y luego uno de refase opuesto para recuperar la fase que se había codificado.

Este gradiente debe aplicarse posteriormente a todos los demás, siendo aplicado al mismo tiempo que se produce la lectura de la señal mediante las antenas receptoras y, por tanto, codificando diferentes frecuencias según la posición.

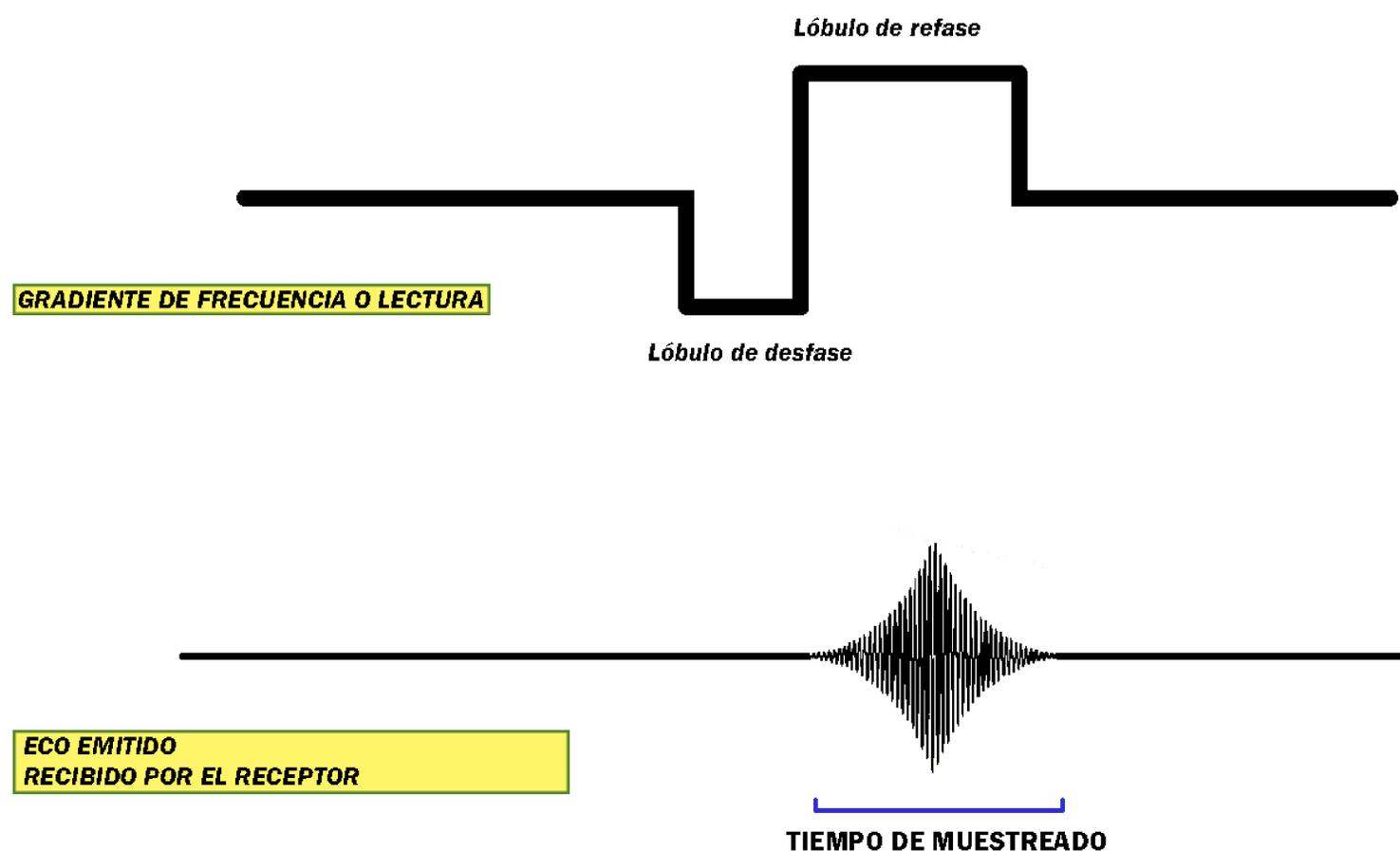
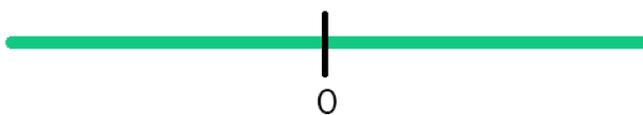
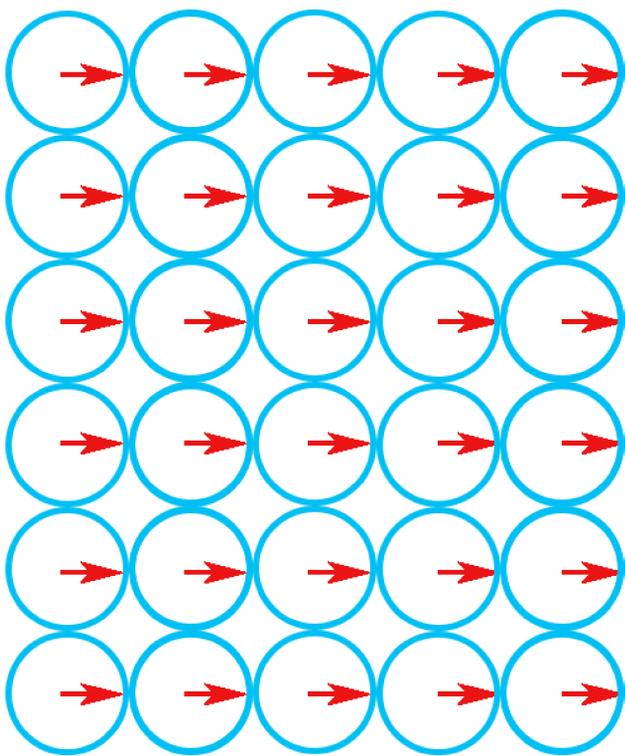


Figura 9. Representación habitual de la aplicación del gradiente de frecuencia *in-plane* y el eco recibido en la secuencia spin-echo. Se aplica un lóbulo de desfase y, posteriormente, se aplica ya el lóbulo de gradiente de refase con una AUC de dos veces la del lóbulo de desfase para producir la codificación de frecuencia, consiguiendo así que en el centro de este lóbulo se produzca la máxima intensidad del eco. El tiempo de muestreo está presente en este momento de la secuencia.

La onda EM obtenida o eco lleva consigo la codificación de fase y de frecuencia así como una amplitud variable. La antena receptora de la RM se activará para poder recibir esta señal a lo largo de un tiempo determinado. Por como funciona la secuencia espín eco, **la amplitud máxima de la señal estará en el punto central de la onda** que se recibe. Los espines que se estaban desfasando, tras el pulso de 180° , se refasan progresivamente a un punto de amplitud de señal máximo para luego volver a perder señal, desfasándose. Esta lectura se hace en el segundo lóbulo del gradiente de frecuencia aplicado.

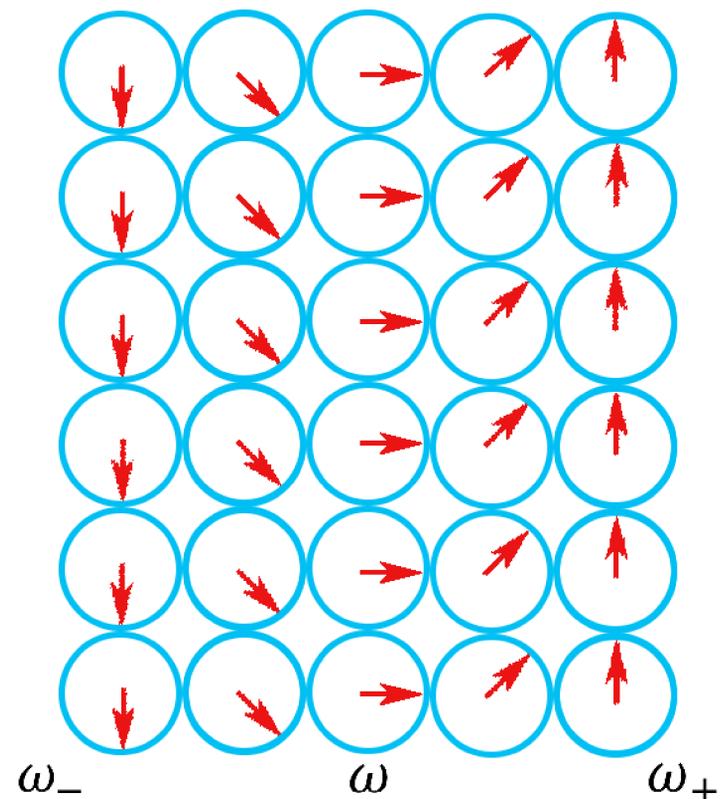
Para poder entender de una forma más visual qué es lo que realmente está ocurriendo en el proceso de codificación de la señal, se remite al lector a las siguientes figuras: **figura 10, figura 11, figura 12 y figura 13.**

Todos los protones se encuentran rotando en la misma fase

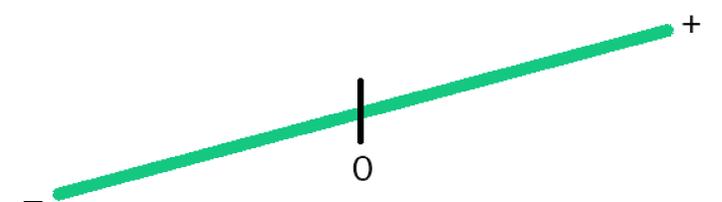


SIN APLICAR NINGÚN GRADIENTE

Al estar sometidos a un campo magnético que varía linealmente con la posición, los protones empiezan a precesar más o menos rápido según la posición (y, por tanto si el gradiente se añade o resta al campo magnético principal) quedando fuera de fase unos con otros

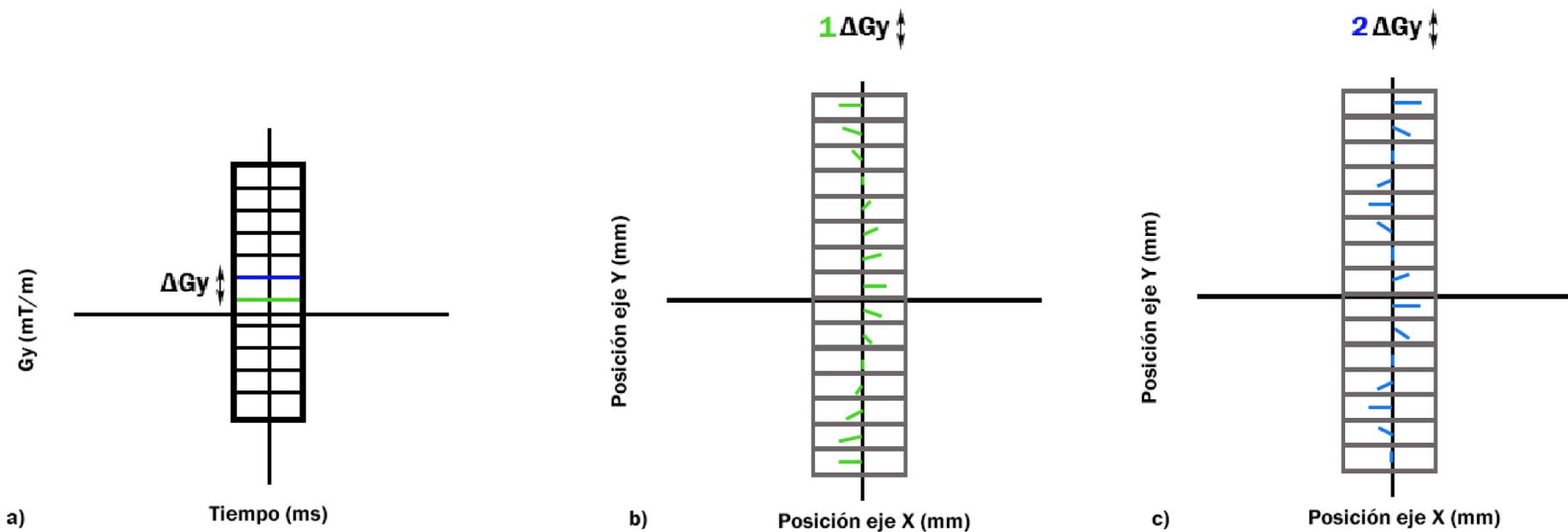


ω_- ω ω_+



APLICANDO UN GRADIENTE OBTENIENDO COLUMNAS CON DIFERENTE ω

Figura 10. Representación visual de como afecta a los protones la aplicación de un gradiente de frecuencia sobre el campo magnético a lo largo de un espacio determinado. Si este gradiente se mantiene durante la adquisición del eco, los protones tendrán diferente frecuencia angular según su posición (por columnas en este caso) permitiendo una codificación de su posición por columnas en este eje (X en este caso). ω = frecuencia angular; ω_+ = frecuencia angular más alta y ω_- = frecuencia angular más baja.



En el diagrama habitualmente presente en los textos de RM cuando se representan las secuencias de pulso aparece este rectángulo dividido en otros más pequeños que representa la codificación de fase. El rectángulo de mayor tamaño representa la codificación de fase total y cada rectángulo más pequeño cada paso de codificación de fase que hay que hacer.

A mayores gradientes - b) y c) - mayores desfases de los espines en cada una de las columnas virtuales delimitadas por la codificación de frecuencia. Son las diferencias en la fase de los diferentes espines en cada uno de los gradientes lo que permite determinar la posición en el eje (Y en este caso) de cada uno de ellos. Es por ello que, teóricamente, son necesarias tantas codificaciones de fase como vóxeles se deseen en el eje Y (habitualmente ± 32 , ± 64 , ± 128 y ± 256).

Figura 11. Representación visual de como afecta a los protones la aplicación de un gradiente de fase a lo largo del uno de los ejes del corte in-plane (Y en este caso). En a) se ve la representación habitual en los diagramas de secuencias de pulso como filas de gradientes, con los más potentes en los extremos. En b) se representa como influye el gradiente sobre un grupo de protones en una misma columna (que tendrán luego una codificación de frecuencia particular) condicionando un desfase de 360° o 2π radianes. En c) sucede lo mismo que en b) pero con un gradiente el doble de potente, condicionando un desfase de $720^\circ - 2 \times 360^\circ -$ o 4π radianes.

En la **figura 10** se muestra como según la localización de las columnas de espines que se forman, éstas tienen una frecuencia angular mayor o menor, permitiendo así codificar su posición. No obstante, ¿cómo se sabe cual está arriba y cual está abajo? Esto se consigue con la codificación de fase (**figura 11**) que trabaja con **diferencias en la señal entre una fase y otra**. Hay que recordar que en una matriz de 256 píxeles en la dirección de codificación de fase harían falta 255 codificaciones de fase diferentes más la codificación de fase 0, o ausencia de gradiente de fase, para poder distinguir entre los espines de una misma columna.

Puede quedar aún la duda de como exactamente se pueden asignar diferentes valores de intensidad a cada una de las posiciones. En la **figura 12** esto queda visualmente más claro.

Con 2 filas y 3 columnas (matriz de 2 x 3); donde se asigna a las columnas la codificación de frecuencia y a las filas la codificación de fase, es **la diferencia en las fases lo que permite obtener la posición** en esa dirección. Si se hubiera codificado al revés, serían necesarias 3 codificaciones de fase (TR) para poder diferenciar entre las posiciones; de la forma propuesta, únicamente 2.

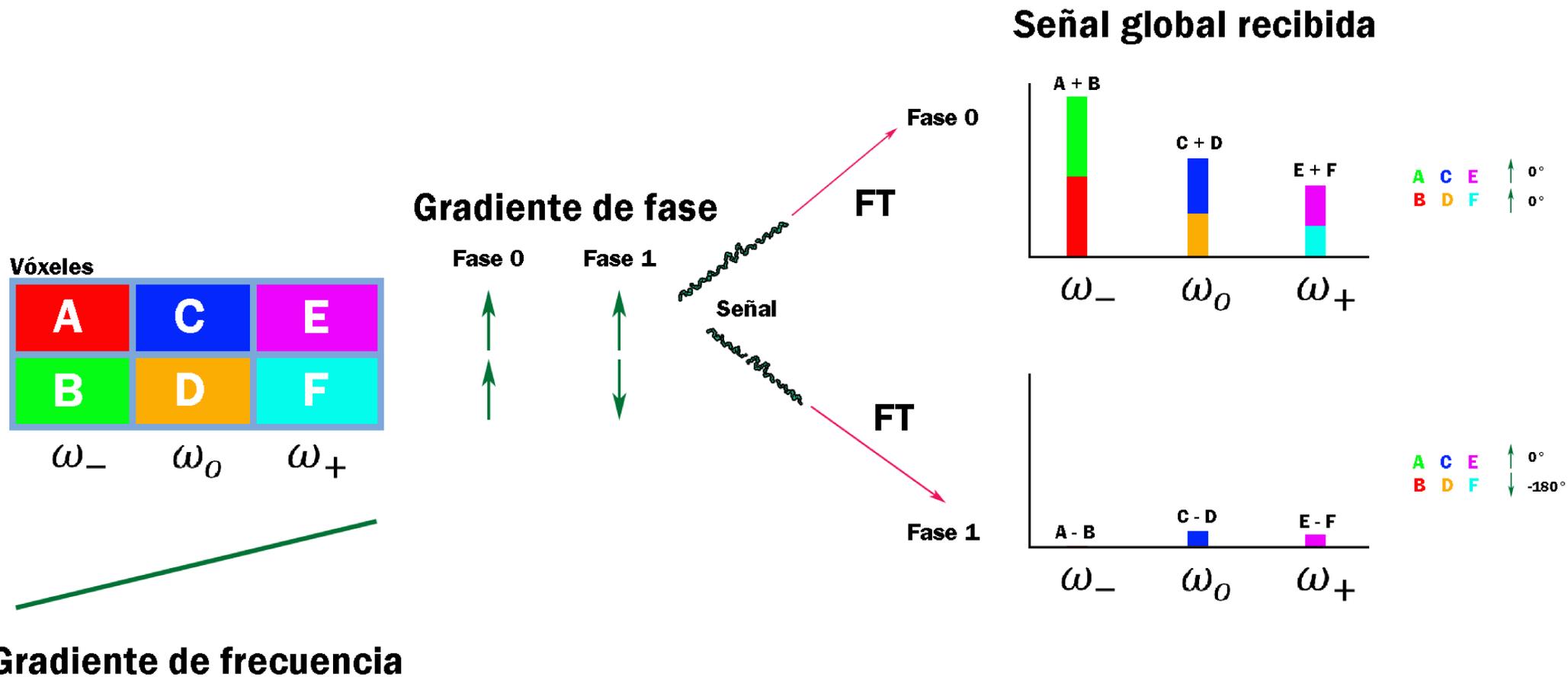


Figura 12. Representación visual de como se puede localizar la posición de los vóxeles mediante la codificación de fase. Ejemplo con 6 vóxeles. Gracias a la codificación de frecuencia se puede diferenciar 3 columnas por su frecuencia angular (más alta, neutra o más baja) mediante la FT; pero para diferenciar los vóxeles según las filas se tendrán que realizar dos gradientes de fase; uno sin gradiente de fase (fase 0) y otro con un gradiente de fase de 180° (fase 1). La diferencia entre las señales obtenidas mediante cada gradiente de fase permite diferenciar las posiciones relativas de las filas en cada columna.

La diferencia en la señal obtenida una vez se ha realizado la FT permite delimitar que valor del total de la señal se asigna a cada posición. En este caso sería como resolver 3 sistemas de ecuaciones con dos incógnitas y dos ecuaciones. Por ejemplo, para el caso de la señal en la primera columna:

$$A + B = 10$$

$$A - B = 0$$

Para dicha columna los valores solo pueden ser $A = 5$ y $B = 5$.

Para la segunda columna el sistema de ecuaciones sería:

$$C + D = 7$$

$$C - D = 1$$

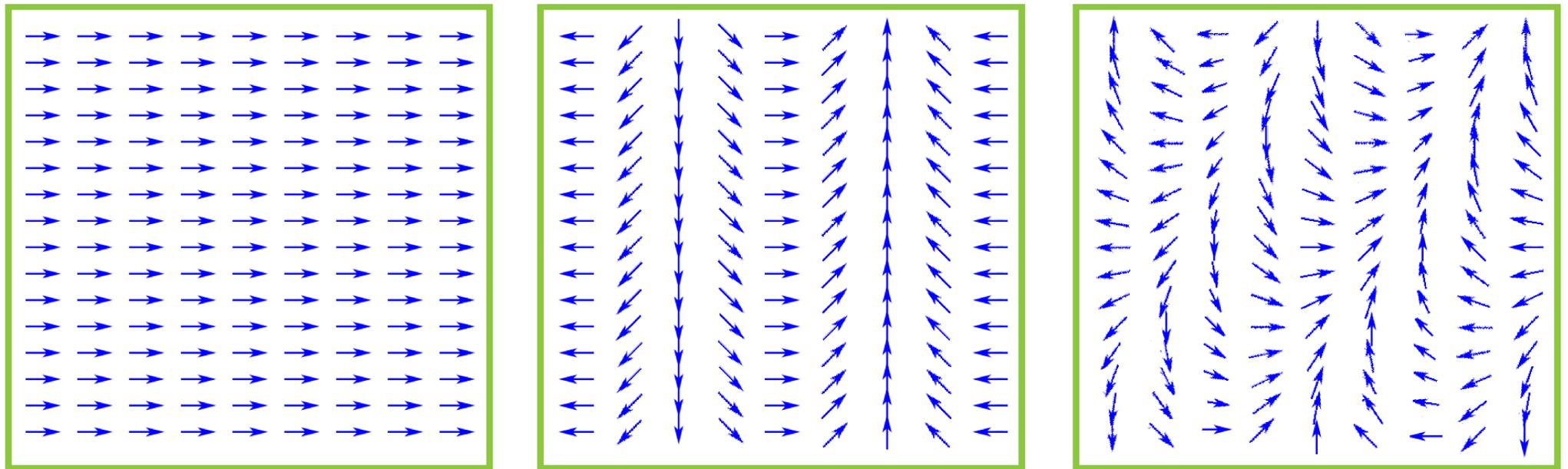
Para dicha columna los valores solo pueden ser $C = 4$ y $D = 3$. Y así sucesivamente con el resto de columnas. El proceso real es más complejo pero de esta forma se puede comprender de forma sencilla el principio básico.

Una vez se han aplicado estos dos gradientes lo que se está produciendo en el paciente (en el corte que se ha delimitado) son una serie de patrones conformados por los espines (**figura 13**) que dibujan algo similar a unas ondas que cambian de intensidad con la distancia (**figura 14**). También cambia la intensidad global y dirección del vector de magnetización.

Según cómo coincidan los patrones que se constituyen mediante las codificaciones con el objeto a estudio (en este caso, presencia o ausencia de protones en el volumen del paciente) se obtendrá una mayor (alta coincidencia) o menor intensidad (baja coincidencia) de señal. La coincidencia global por lo general es **baja** lo cual hace que se requieran muchos de estos patrones para obtener una imagen adecuada (**figura 15**).

Hay que tener en cuenta que el **signo** del patrón de blancos y negros es trascendente, o lo que es lo mismo, **la fase de dicho patrón** es importante puesto que pueden sumarse o restarse a los siguientes patrones que se vayan añadiendo.

Una vez finalizado el proceso de codificación de fase y aplicando el de frecuencia (no hay que olvidar que este último es bilobar) se recibe un eco o señal. Este eco es producido por el pulso de radiofrecuencia de 180° en la técnica espín eco. Para poder almacenar e interpretar este eco, la RM debe primero muestrearlo, es decir **se tiene que pasar de la señal analógica del eco a una digitalizada**. Este proceso se conoce como conversión analógica-digital (ADC).

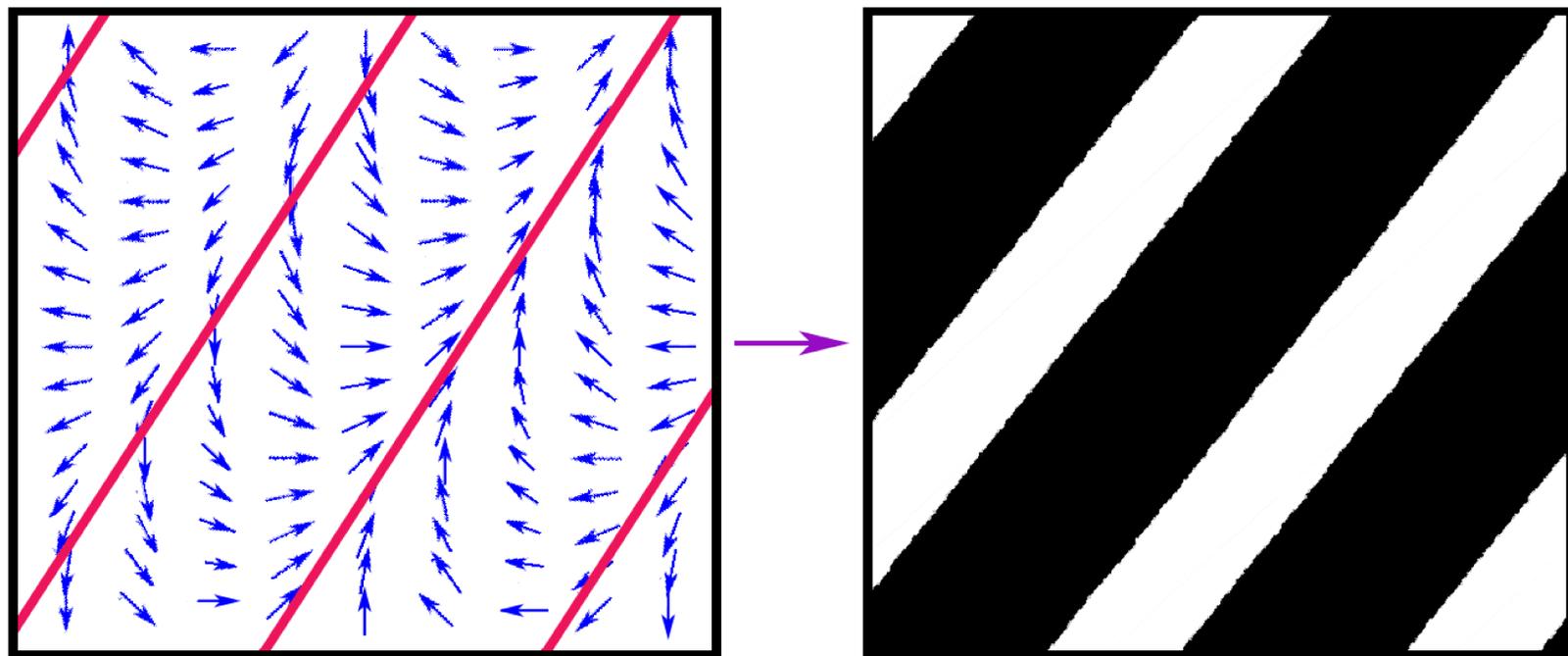


Protones antes de la codificación

Protones tras la codificación de frecuencia

Protones tras la codificación de fase

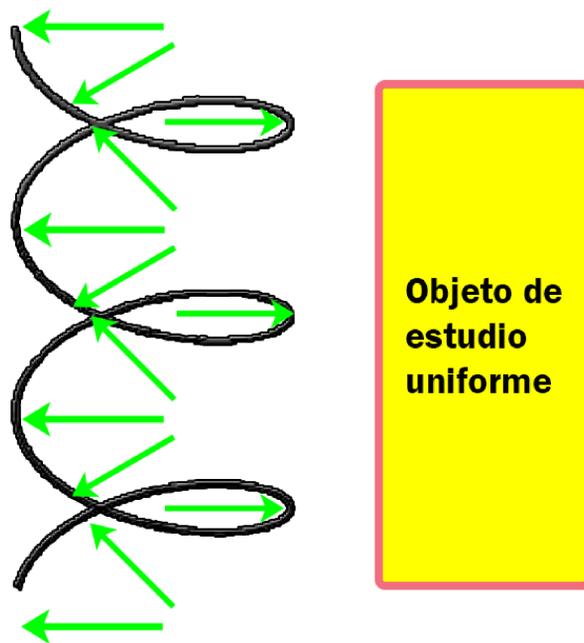
Figura 13. Se representa como afecta al conjunto de espines en un plano concreto la aplicación de los gradientes de frecuencia primero y de fase después (en la práctica habitual es al revés, pero por motivos visuales se ha permutado la secuencia habitual). Se puede ver como se van construyendo patrones de zonas de alta intensidad y de baja intensidad a lo largo del plano condicionando diferentes frecuencias espaciales en diferentes direcciones.



Al aplicar ambos gradientes se crean una serie de patrones donde hay unos picos y unos valles de intensidad que conforman un patrón de blancos (máxima intensidad) y negros (mínima intensidad). Estos patrones son los que luego conformarán la imagen de RM que nosotros vemos.

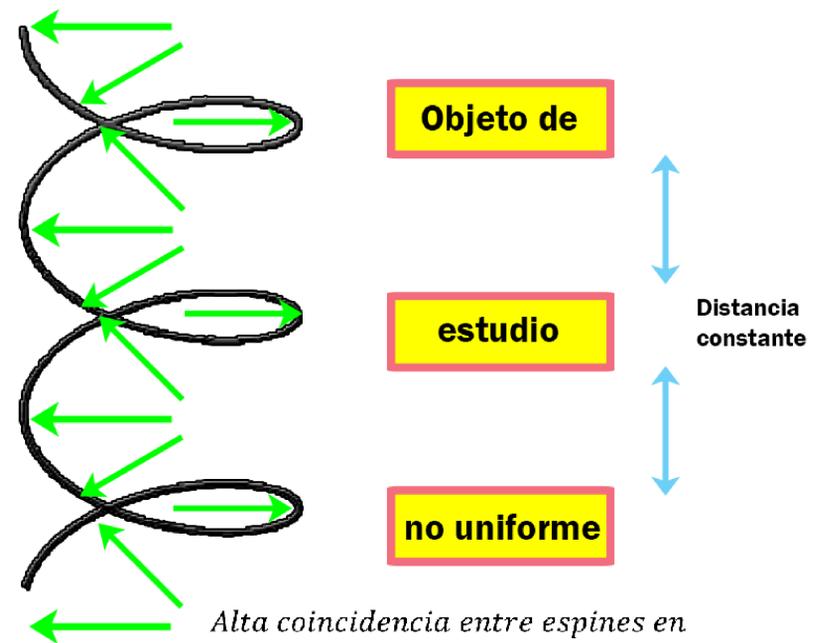
Figura 14. En la imagen de la tercera columna de la figura 13 se puede ver como se van definiendo patrones de alta intensidad y baja intensidad definidos por como los espines apuntan en una misma dirección (máxima intensidad), apuntan de forma contraria (mínima intensidad) o aleatoria otras direcciones (diferentes grados de intensidad intermedia) – columna de la izquierda. Esto define un patrón que se ve en la columna de la derecha de alta y baja intensidad periódico definiendo una frecuencia espacial determinada

Columna de espines con frecuencia X y fase Y con un objeto uniforme



a) *La señal se cancela en gran parte*
=
Baja señal global

Columna de espines con frecuencia X y fase Y con un objeto no uniforme



b) *Alta coincidencia entre espines en una misma dirección y el objeto con baja señal del resto de espines*
=
Alta señal global

Figura 15. La coincidencia entre el patrón determinado por la fase y la frecuencia con el objeto es lo que da lugar a una mayor o menor señal. En a) el objeto a estudio es uniforme haciendo que las fases de los espines se vayan cancelando unos con otros y la señal global sea baja. En b) el objeto a estudio tiene una distribución que coincide con un determinada fase de la columna de espines que van añadiendo a la señal global sin tener pérdidas por los espines en direcciones opuestas; la señal global de dicha frecuencia espacial será alta.

Esta digitalización sucede al mismo tiempo que se está aplicando el gradiente de codificación de frecuencia. El tiempo de lectura total o **tiempo activo** viene determinado por 3 elementos: el tiempo de eco (TE), el tiempo de muestreo (T_S) y el tiempo previo (T_o). Este último comprende posibles eventos antes del pulso de RF.

$$\text{Tiempo activo} = TE + \frac{T_S}{2} + T_o$$

En la ecuación, el T_S aparece dividido por 2 porque el TE ya implica la primera parte del registro del eco. El TE va desde el pulso de 90° hasta el pico del eco, por tanto, comparte dicha primera parte con la primera parte del T_S .

En este tiempo activo tiene lugar el **muestreo** que consiste en tomar una serie de valores de la onda de eco analógica para obtener una versión digitalizada de la misma (**figura 16**). Este muestreo es importante puesto que es el que va a permitir una correcta interpretación del eco analógico. Con insuficientes muestras no se podrá interpretar adecuadamente por superposición de las FT.

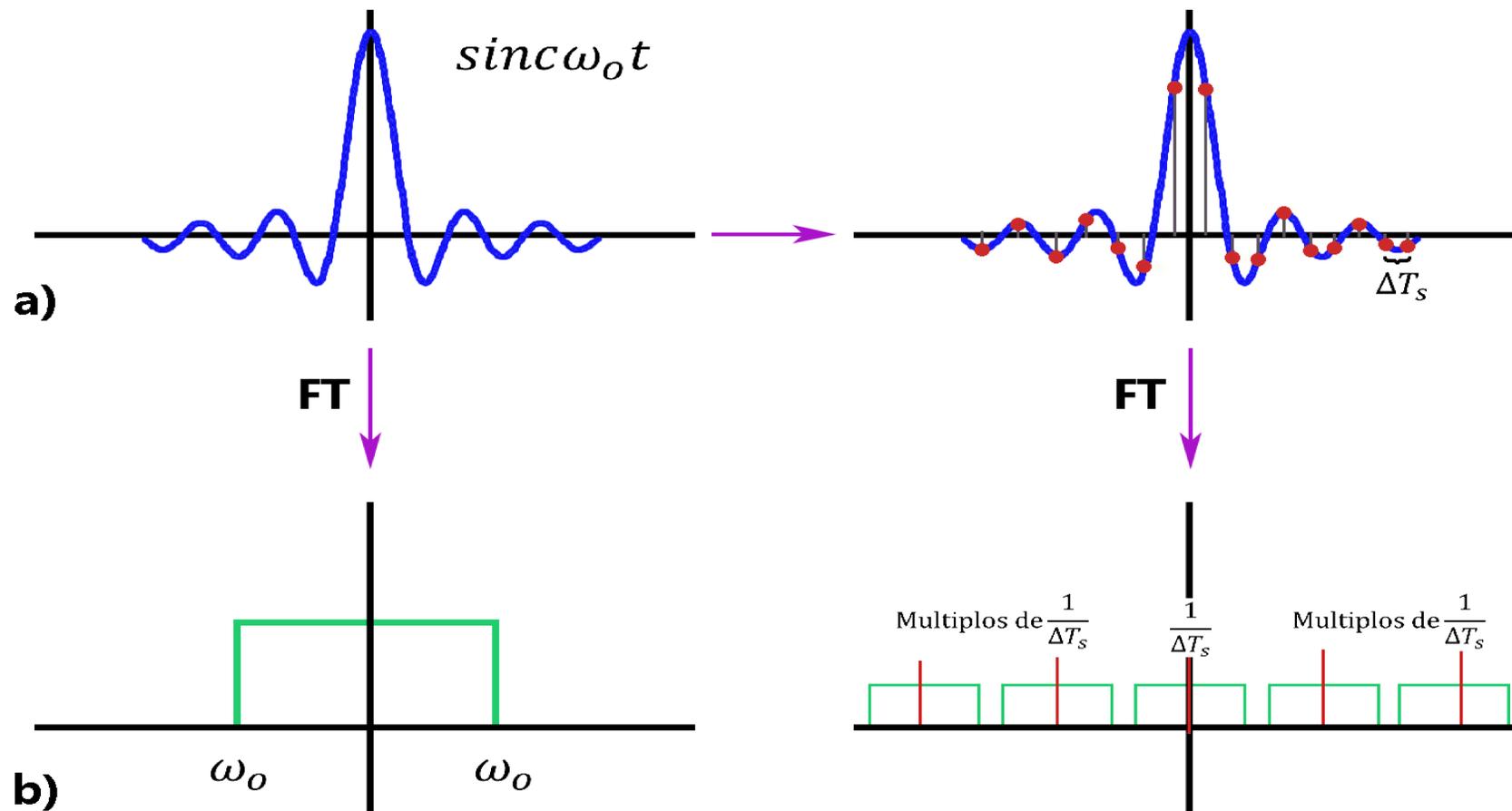


Figura 16. En el apartado a) se presenta en la columna de la izquierda la función $\text{sinc}\omega_0 t$, una función de señal habitual de RM como ejemplo. En la parte de la derecha se produce el muestreo: cada tiempo definido por ΔT_s se “pregunta” por la intensidad de la señal y se registra. En el apartado b) está la FT de la función completa (izquierda) y el equivalente de la señal muestreada (derecha) en la que se repite la misma forma varias veces con la frecuencia central definida por $1/\Delta T_s$ o múltiplos y los extremos de cada rectángulo definidos por ω_0 .

Este **inframuestreo** hace que se asigne a la onda original una frecuencia o frecuencias (según la complejidad de la onda) inferiores a las reales – fenómeno conocido como **aliasing** (figura 17). Para evitar esto, se debe muestrear un mínimo número de veces:

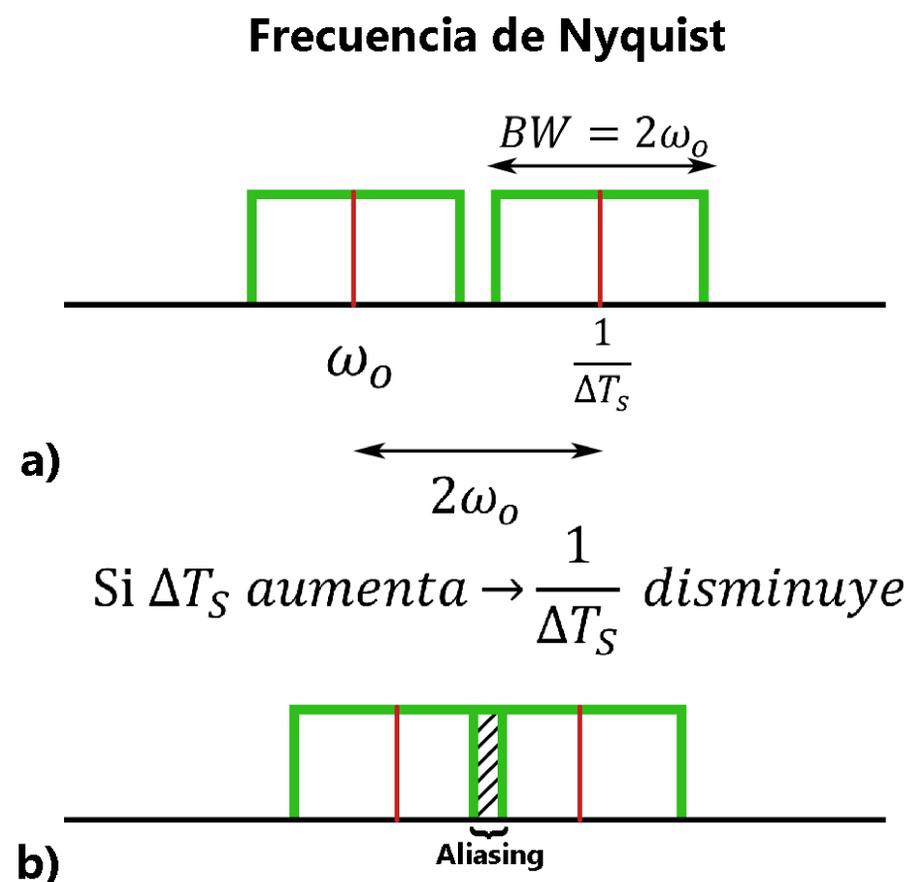
$$f_{\text{muestreado}} = \frac{1}{\Delta T_s} \geq 2\omega_{\text{max}}$$

Donde ΔT_s es el intervalo de muestreo utilizado. Es decir, se requieren un mínimo de **dos muestras por frecuencia máxima** – ley de Nyquist (figura 18). El tiempo total de muestreo T_s es igual al número de codificaciones de la señal, por ejemplo de frecuencia (N_x), por el tiempo de intervalo de muestreo ΔT_s . La relación entre estas variables está expresada por las ecuaciones:

$$BW = \frac{1}{\Delta T_s} \quad y \quad \Delta T_s = \frac{T_s}{N_x \text{ ó } y}$$

Para poder entender la primera relación hay que recordar que la frecuencia es equivalente al período o inverso del ciclo. Es decir que si ΔT_s es el intervalo de muestreo en la escala temporal $1/\Delta T_s$ lo es en la escala de frecuencias. Si ΔT_s disminuye, las FT del muestreo estarán más separadas ($1/\Delta T_s$ será mayor); aumentando el rango total de frecuencias: un mayor BW. Si se trabaja a la frecuencia de Nyquist (o máxima) el ancho de banda del receptor deberá ser $BW = 2\omega_{max} = 1/\Delta T_s$.

Figura 17. En el apartado a) se ve como al trabajar a la frecuencia máxima o de Nyquist las FT del muestreo de la onda original quedan “perfectamente” separadas. Por tanto a la hora de hacer la FT de la señal original para reconstruir la imagen no habrá problemas. El centro es $1/\Delta T_s$, un múltiplo suyo o ω_o (frecuencia de Nyquist). El ancho de banda es dos veces dicha frecuencia. En b) se puede ver visualmente como al aumentar el muestreo (menos muestras en un mismo T_s) los centros de las FT del muestreo se juntan produciendo el fenómeno de *aliasing*; no se puede obtener la frecuencia real sino una menor.



Esta señal muestreada es la que rellenará el **espacio de datos** final. Al ver este espacio de datos, se puede comprobar que su unidad de medida es el tiempo (**figura 19**). Entre las diferentes filas habrá una “distancia” TR. Entre las diferentes columnas habrá una distancia de intervalo de muestreo. Es un espacio asimétrico, la distancia entre filas (cada TR) de segundos y la distancia entre columnas (cada ΔT_s) de microsegundos.

Finalmente sobre este espacio de datos completos se realiza una transformación matemática que lo hace más simétrico y es lo que se llama como tal **espacio K**.

Como pincelada final de esta sección hay que tener en cuenta que **cada punto muestreado digitalizado de la señal** que conforma el espacio de datos o, tras la transformación matemática, espacio K , **puede ser representado como un número complejo** con un componente real y uno imaginario. Se puede diferenciar su componente real e imaginario gracias a la adquisición de la señal en “cuadratura” que permite obtener la misma señal pero desde puntos del espacio diferentes – perpendiculares entre sí (**figura 20**). Hoy en día hay métodos más avanzados pero el mínimo exigido es el de cuadratura que requiere dos antenas receptoras.

De este número complejo se puede obtener un total de 4 valores con las que se podría construir 4 imágenes: la imagen “real”, la imagen “imaginaria”, la imagen de la magnitud y la imagen de fase (**figura 21**).

Técnicamente se podría construir la imagen utilizando cada una de las imágenes de valores definidas en el párrafo anterior. Normalmente solo se utiliza en la práctica diaria la imagen de magnitud (suma del componente real e imaginario), y en algunas secuencias más modernas, como por ejemplo la Imagen Potenciada en Susceptibilidad (SWI) la de fase también.

Se puede ver un resumen global del paso del corte al espacio K en la **figura 22**.

Del espacio K a la imagen – la transformación de las frecuencias espaciales

Una vez finalizada la secuencia ya habremos obtenido la famosa imagen que tenemos en la mente cuando pensamos en el **espacio K** . En el caso más sencillo de rellenado cartesiano secuencial que se ha explicado el espacio K tendrá un total de $N_x \cdot N_y$ puntos de muestreo, es decir, para el caso de una imagen de 256×256 píxeles tendremos un total de 65.536 píxeles en la imagen final.

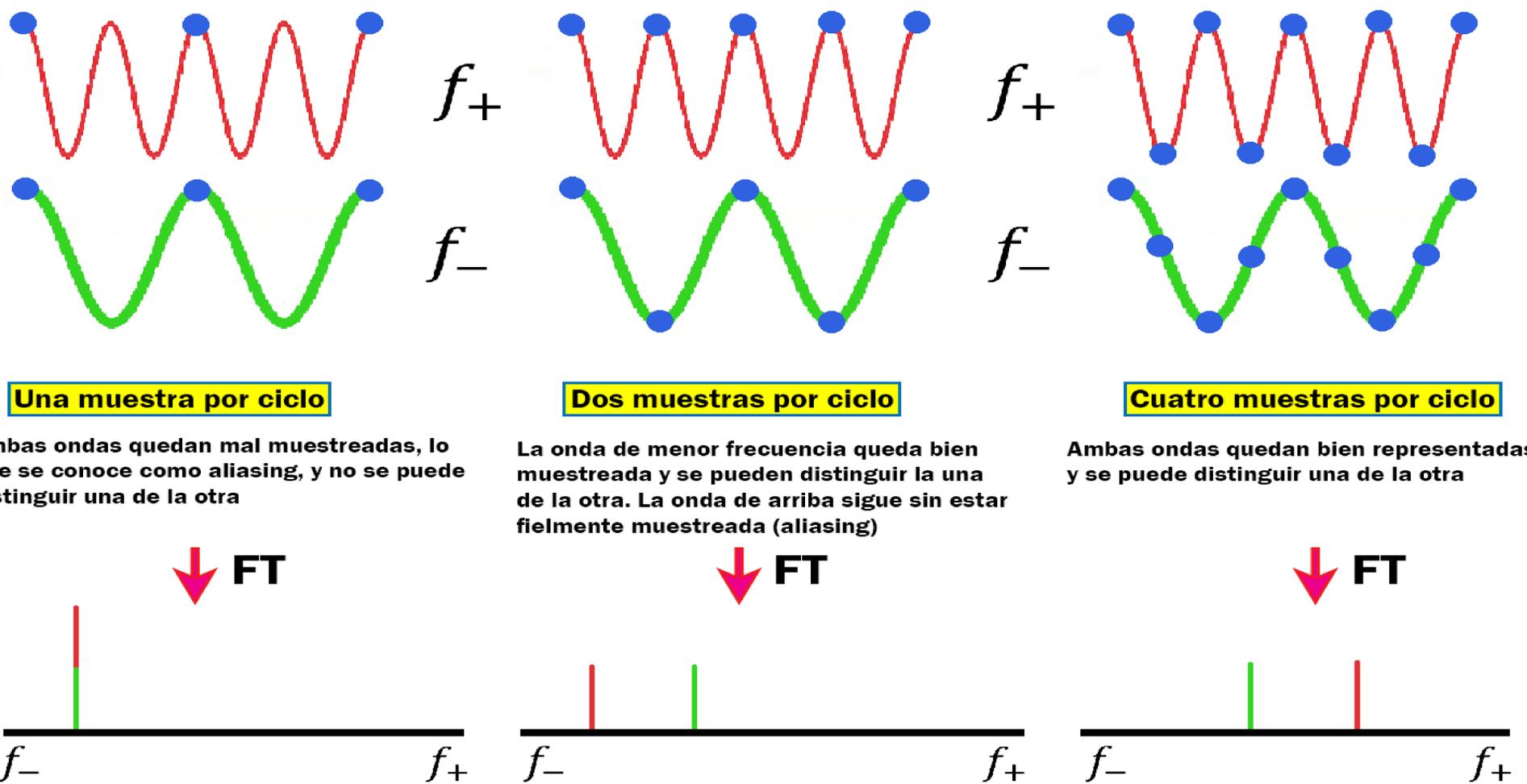


Figura 18. Representación visual del muestreo de señal y el teorema de Nyquist. En la columna de la izquierda se ven dos señales de diferente frecuencia; al muestrear insuficientemente la FT nos devuelve que ambas ondas son iguales y de una frecuencia menor a la real (*aliasing*). Al incrementar el muestreo (columnas central y de la derecha) esto se va solucionando progresivamente. Se necesita un mínimo de 2 muestreos por ciclo de la frecuencia mayor en la onda compleja o conjunto de ondas.

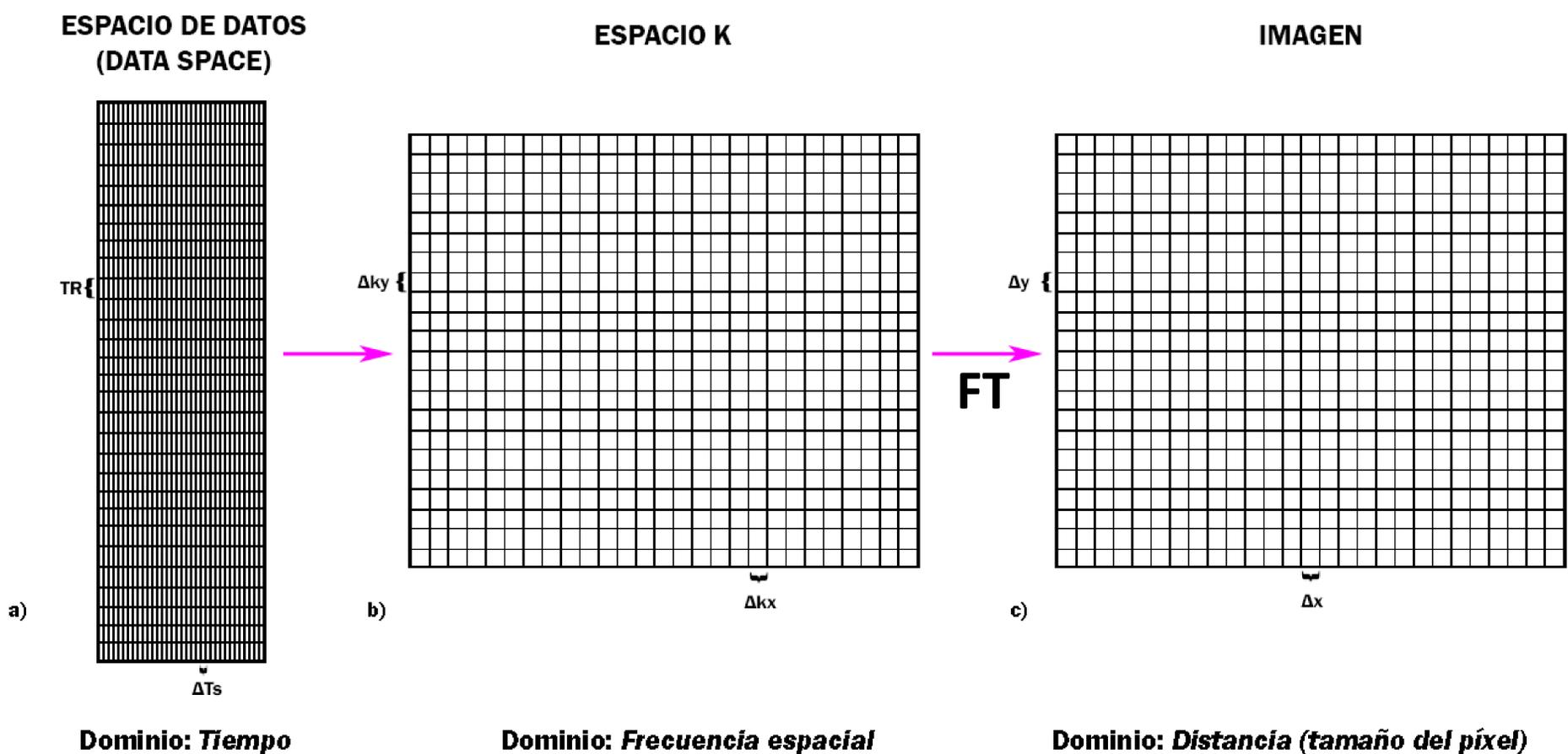


Figura 19. En a) se ve el espacio de los datos de las señales. Su dominio es el tiempo la diferencia entre las filas viene determinada por el TR (cientos de ms o segundos) mientras que la diferencia en las columnas por ΔT_s (μs o ms) de ahí la asimetría. En b) se realiza una transformación matemática para convertirlo en el espacio K donde el dominio son las frecuencias espaciales. Finalmente en c) para producir la imagen se realiza una FT de dos dimensiones (2DFT) para producir la imagen.

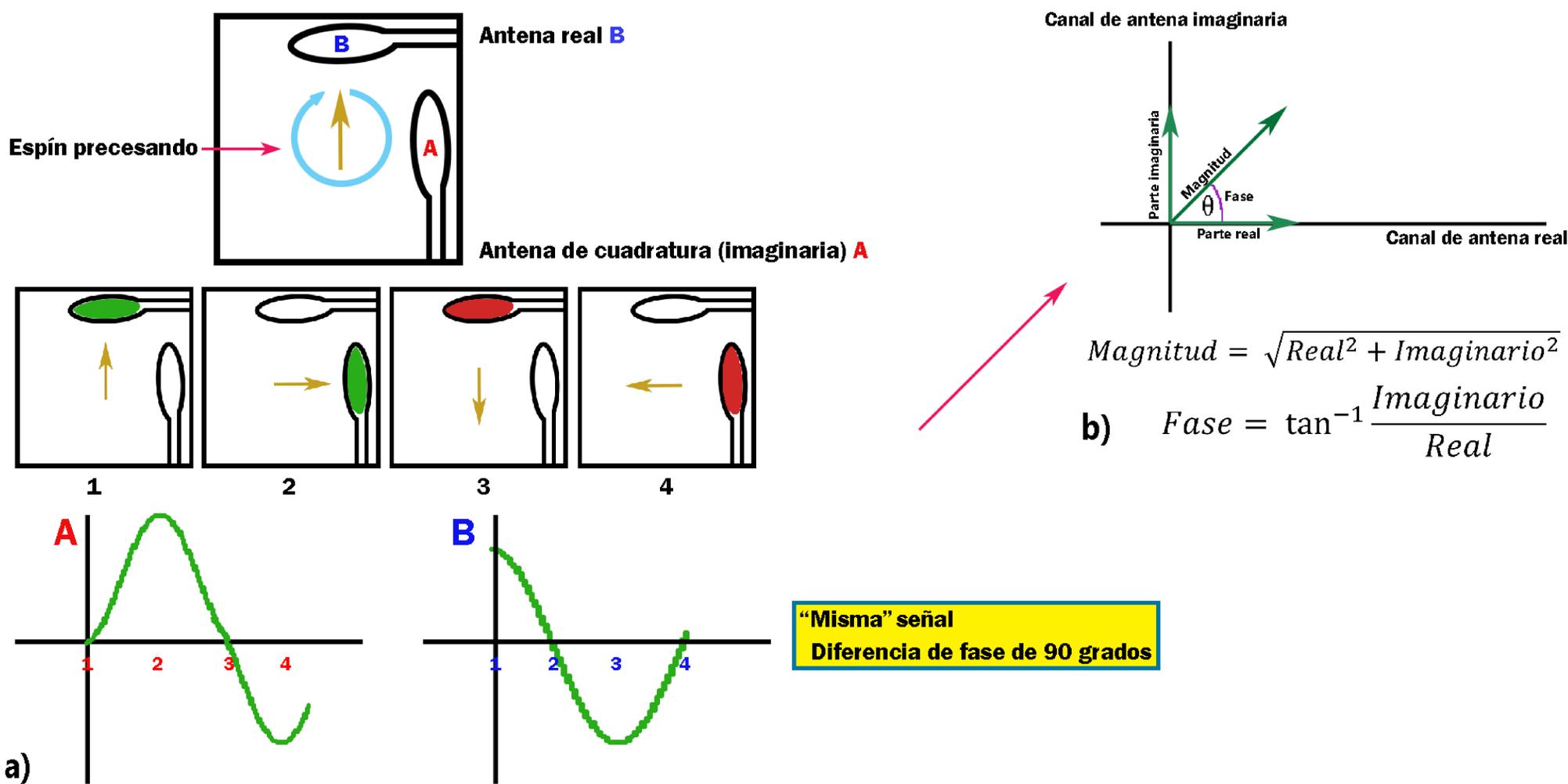


Figura 20. El llamado sistema de cuadratura a) permite adquirir mayor señal del espín precesando al tener dos antenas dispuestas 90° una respecto a la otra. La señal obtenida es la “misma” pero con una diferencia de fase de 90°. Al tener dos canales se puede representar cada punto de muestreo de la señal como un vector b) con un componente imaginario, uno real, su magnitud y también obtener la fase.

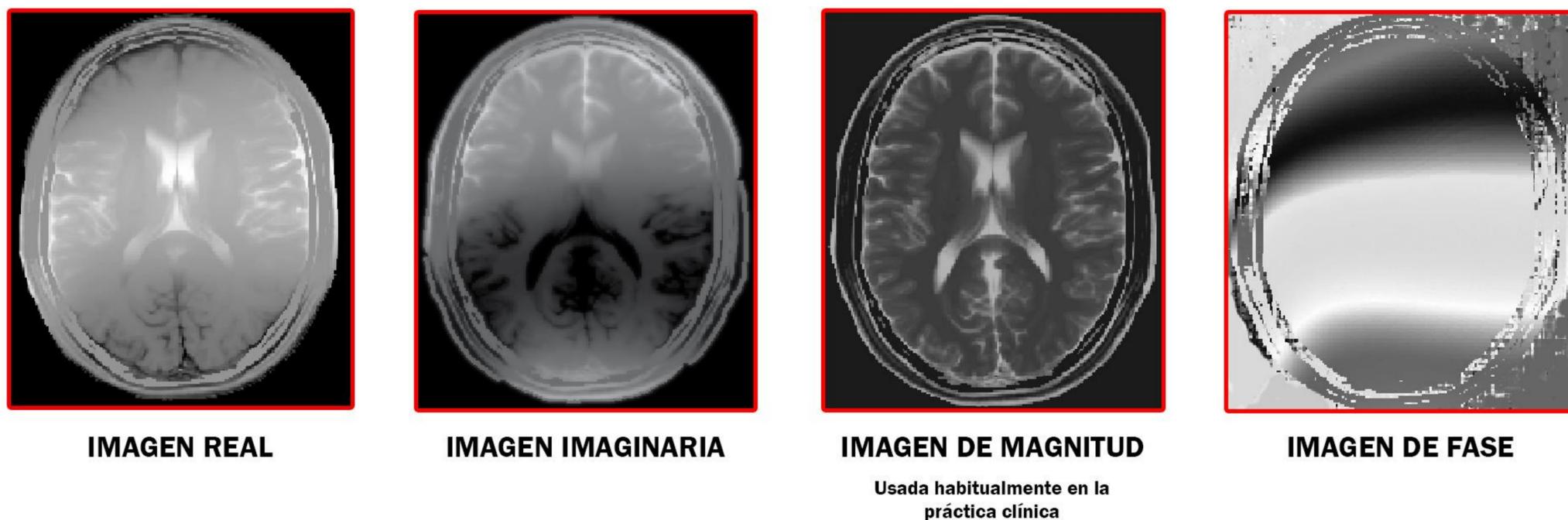


Figura 21. Imágenes que se pueden obtener extrayendo la información de las antenas de cuadratura. La imagen real y la imaginaria son “complementarias” con la única diferencia entre ellas la fase de 90°. La imagen de magnitud es la imagen con la que se trabaja habitualmente en la práctica clínica y combina la imagen real y la imaginaria. Por último, en la cuarta columna, está la imagen utilizada en secuencias de susceptibilidad como la SWI. Cortesía de Allen D. Elster, MRIquestions.com.

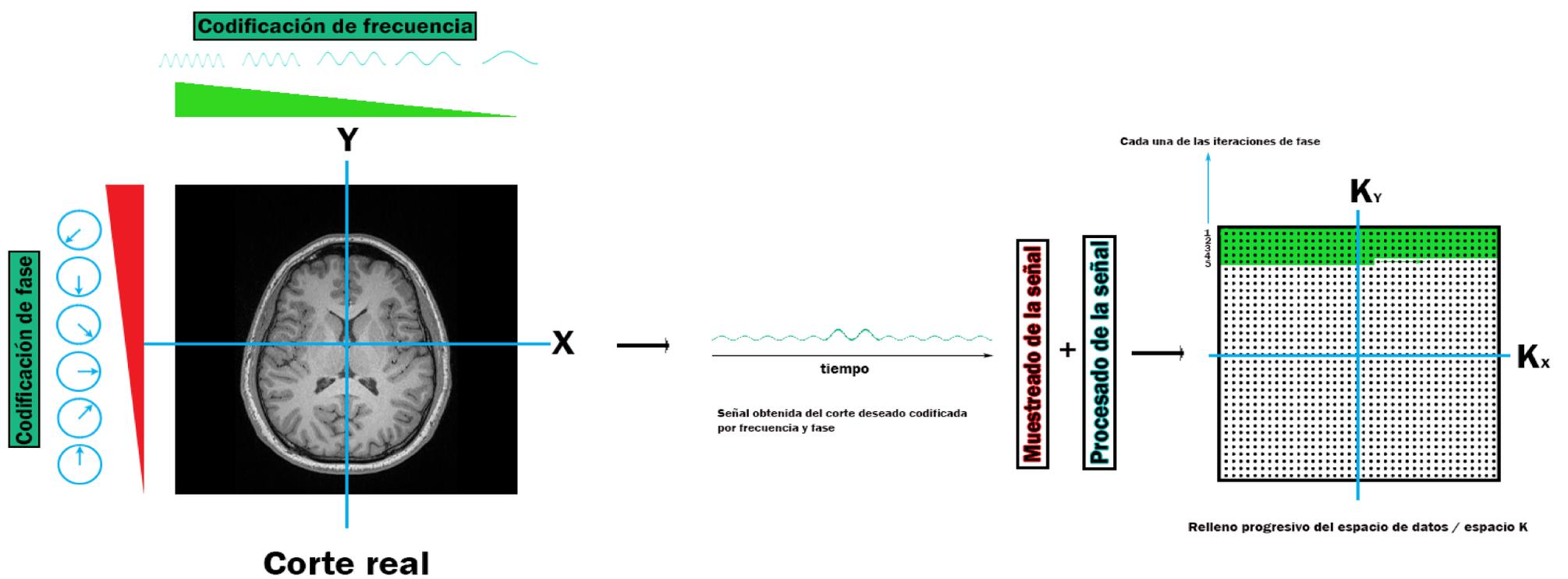


Figura 22. Resumen global del relleno del espacio K desde la codificación del corte real a estudio mediante gradientes pasando por el muestreo y procesado de la señal que permite reconstruir el espacio K – en este caso de forma cartesiana.

Este espacio K final tiene una serie de particularidades.

- La **mayor intensidad** de la señal global obtenida al final de la obtención de un plano se encuentra en el **centro de la imagen**. En otras palabras, el máximo contraste se encuentra en las frecuencias espaciales centrales o bajas.
- La **menor intensidad** (por un mayor desfase de la señal) se encuentra en la **periferia** del espacio K. No obstante estas frecuencias espaciales son altas, es decir, tienen muchos picos y valles en un pequeño espacio, y por tanto, definen los llamados patrones finos o de detalle de la imagen. A mayor número de estas frecuencias, mayor resolución de la imagen.
- El espacio K presenta lo que se llama una **simetría conjugada o diagonal**. Como su nombre indica, la señal en este espacio tiene este tipo de simetría entre los diferentes cuadrantes en una dirección diagonal. Lo cual quiere decir que hay una cierta redundancia en las frecuencias espaciales. Esta propiedad tiene una relevancia fundamental puesto que es algo de lo que se aprovechan los diferentes algoritmos de reconstrucción de imagen para reducir el tiempo de adquisición.

Se puede obtener el espacio de frecuencias espaciales (o K) de cualquier imagen. Mediante la adición de estas frecuencias ir conformando de forma progresiva la imagen de vuelta sin ninguna pérdida (**figura 23** y **figura 24**). La particularidad del caso de la RM es que no hay una imagen de la que se obtenga su espacio de frecuencias espaciales si no una señal analógica que se ha codificado espacialmente y de la cual se ha obtenido el espacio K para, posteriormente, reconstruir la imagen final.

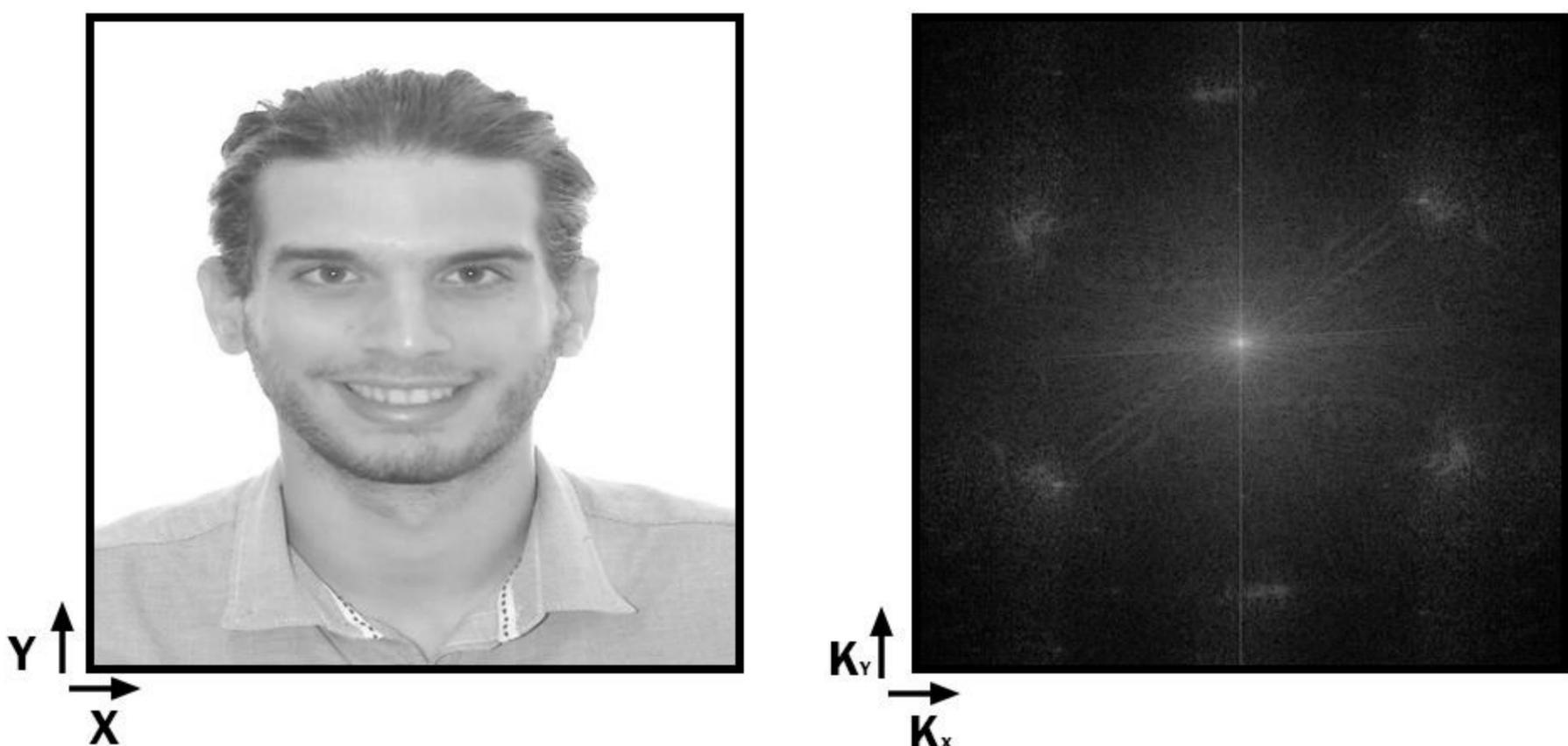


Figura 23. A partir de una imagen bidimensional en escala de grises (izquierda) se obtiene un espacio de frecuencias espaciales (derecha) que la constituyen con las características de este espacio. No hay pérdidas entre la imagen real que conocemos y su equivalente espacio K . Además se puede ver visualmente la simetría del espacio K . Los ejes de la imagen real (X e Y) representan unidades de distancia mientras que los ejes del espacio K representan frecuencias espaciales (K_x y K_y).

De la señal analógica codificada mediante los gradientes, se obtiene una versión discretizada. Esta versión discretizada es la que va a permitir llenar el espacio K de forma progresiva – en la versión cartesiana – fila por fila aunque otras muchas formas de rellenar dicho espacio.

Finalmente, al realizar la transformación de Fourier 2D a este espacio K , ya sea fila por fila de la parte superior a la inferior, viceversa o de las filas del centro a las más externas se van a ir obteniendo las frecuencias espaciales que irán conformando de forma progresiva la imagen (**figura 25**).

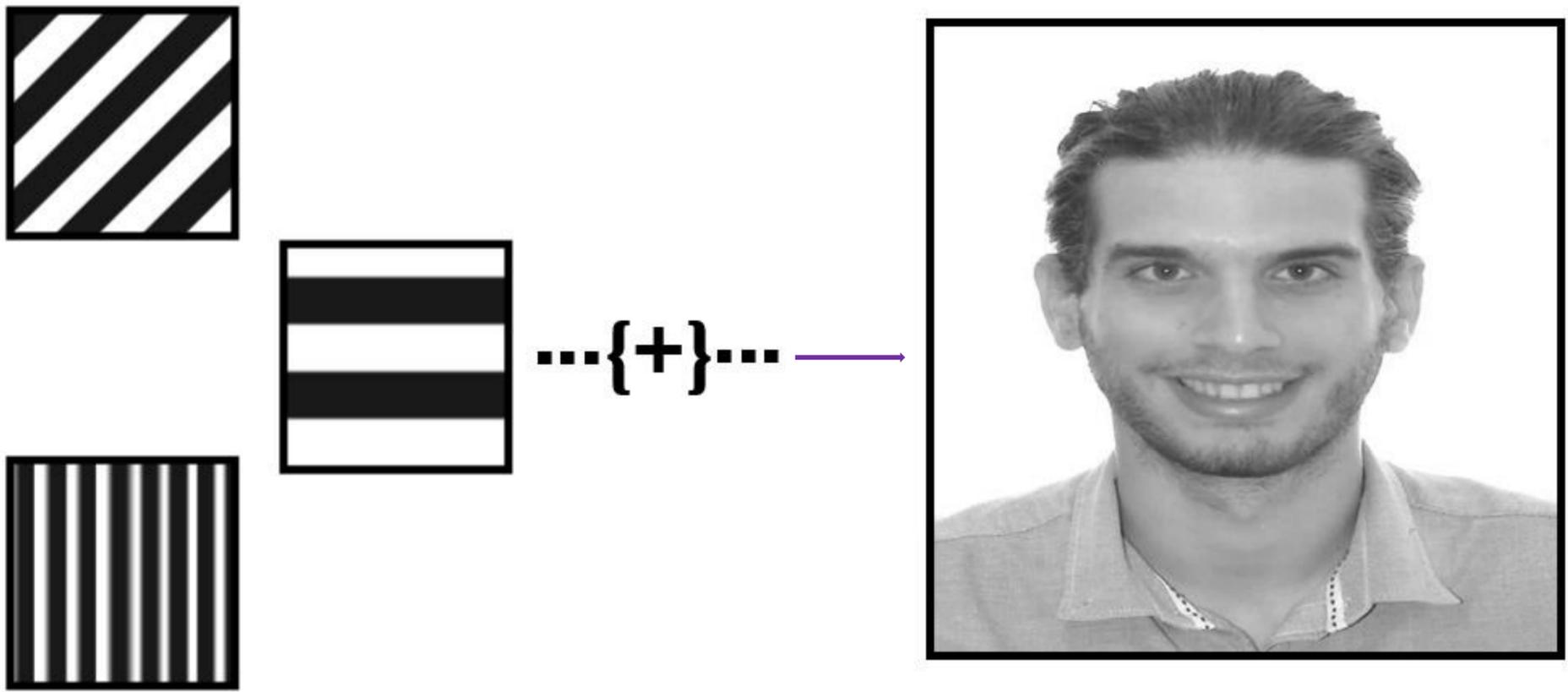


Figura 24. La adición de las diferentes frecuencias espaciales permite construir la imagen original sin ningún tipo de pérdida.

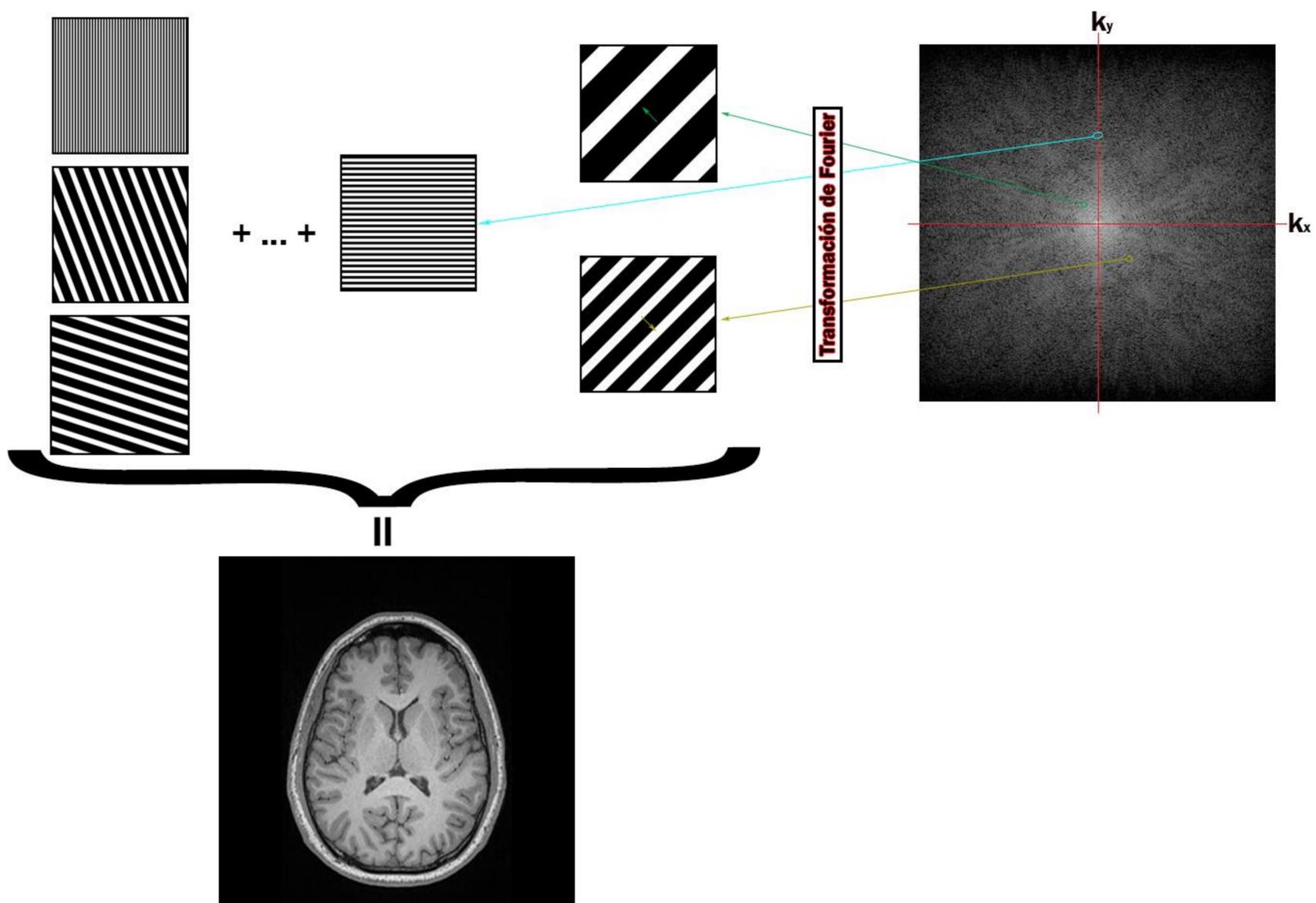
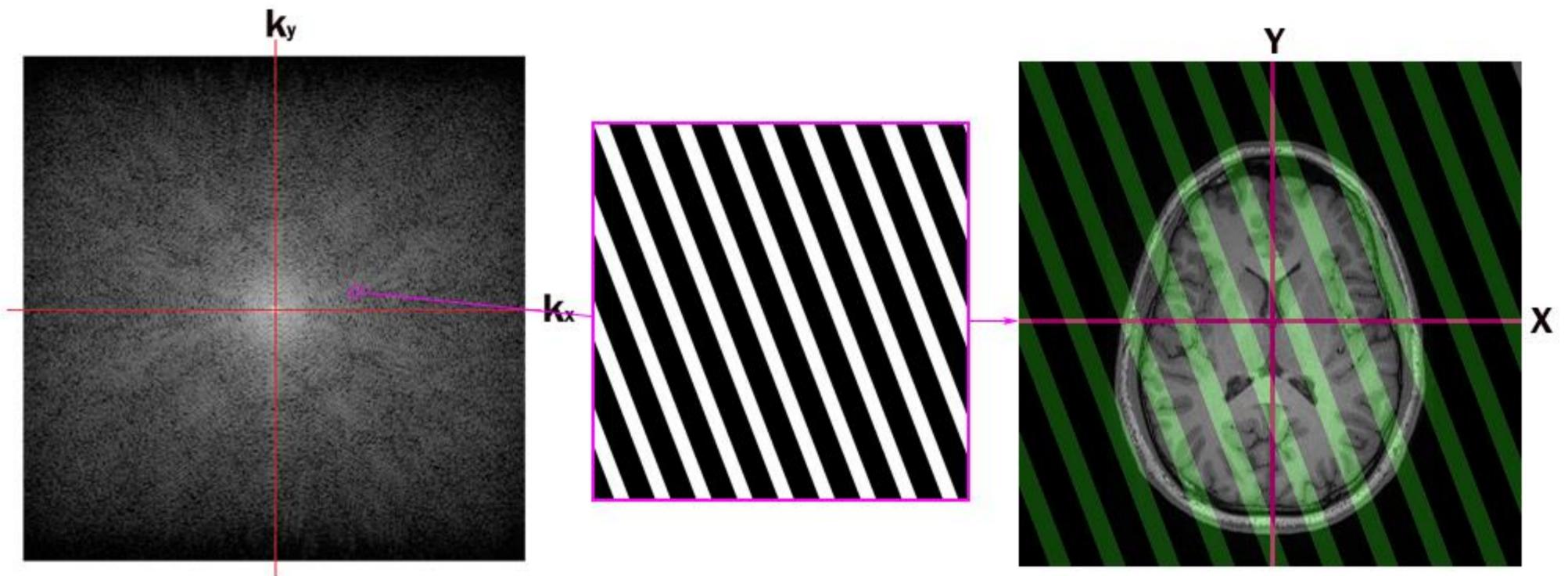


Figura 25. Cada punto del espacio K representa una frecuencia espacial que se puede obtener mediante una FT de dos dimensiones (2DFT). Al sumar todas estas frecuencias espaciales se puede obtener la imagen almacenada en dicho espacio K.



Un único punto del espacio K contiene información que contribuye a todos los píxel de la imagen total
Un único píxel de la imagen está formado por todos los puntos del espacio K

Figura 26. A partir de un único punto del espacio K se obtiene la frecuencia espacial específica de ese punto con su codificación en fase y frecuencia – es decir, su dirección – su intensidad de señal y su fase específica que constituirá la imagen final en su totalidad.

Hay que aclarar que no existe una relación “píxel por píxel” entre la imagen final de RM y el espacio K. Realmente, como se ha podido deducir de lo que se ha ido explicando hasta ahora, cada punto o frecuencia espacial del espacio K forma parte de la totalidad de la imagen final (**figura 26**) y viceversa.

Este espacio K tiene una serie de particularidades como que a mayor tamaño y homogeneidad del objeto, menos frecuencias espaciales son necesarias para representarlo. Además también hay que tener en cuenta que su disposición espacial implica un cambio sobre el espacio K (**figura 27**).

Como ya se ha comentado al inicio de esta sección del trabajo en el centro del espacio K se encuentra el contraste de la imagen final mientras que en la periferia se encuentra el detalle fino (**figura 28**).

Se puede ver visualmente en la **figura 29** como el inframuestreado, en este caso particular en la dirección supero-inferior, afecta a la imagen final, reduciendo el FOV en dicha dirección y ocasionando el conocido fenómeno de *aliasing*.

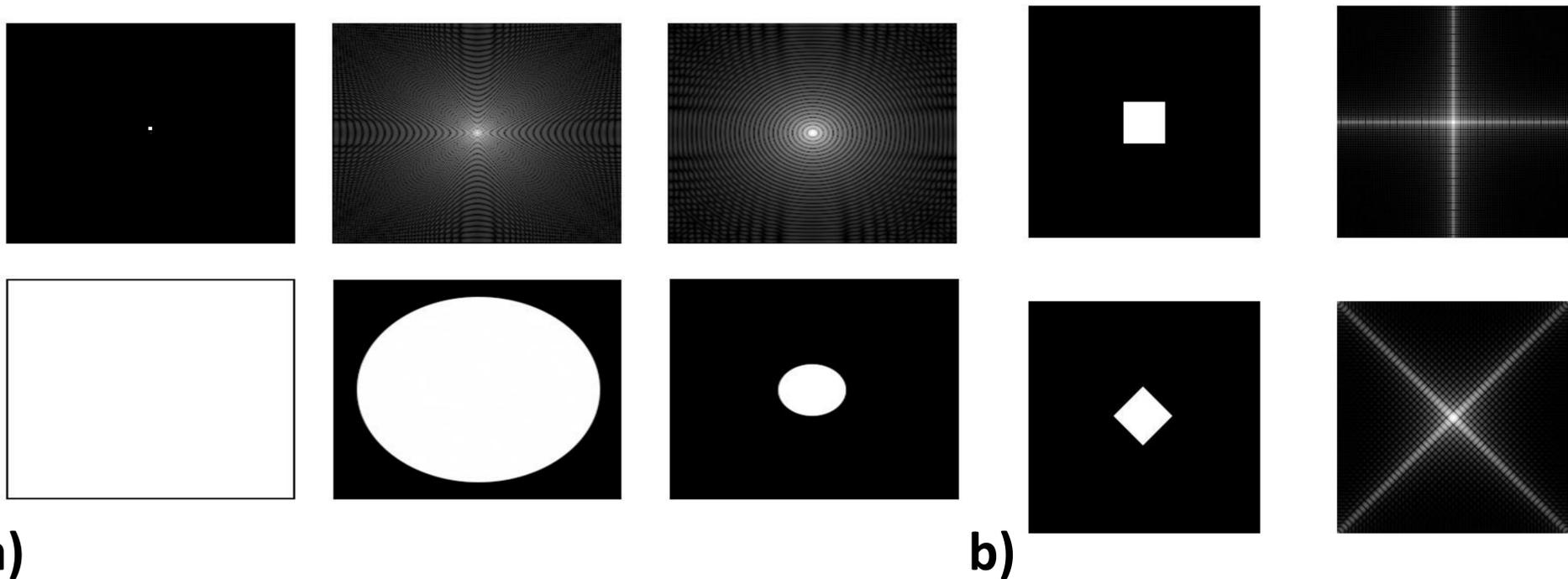


Figura 27. Otra de las características del espacio K es que a menos tamaño del objeto (suponiendo una homogeneidad del mismo igual) mayor cantidad de frecuencias espaciales son necesarias para poder reconstruirlo. En a) en la columna de la izquierda sólo hace falta una, en la de en medio hace falta un mayor número de frecuencias espaciales y en la de la derecha hace falta aún un mayor número de frecuencias en el espacio K. En b) se puede ver como la forma o dirección que toma la imagen (cuadrado sin rotar vs rotado 45°) implica un cambio en dicha dirección de las frecuencias espaciales del espacio K (columna de la derecha).

Existe una relación entre la frecuencia máxima del espacio K y el tamaño de los “píxeles” del espacio K con el campo de visión (FOV) de la imagen final y la resolución. Esta relación puede ser poco intuitiva pero es importante conocerla para conocer en profundidad el espacio K.

Viendo la **figura 30** la pregunta es: ¿de donde viene exactamente la relación $\Delta k_x = 1/FOV_x$? Es decir, ¿por qué el tamaño del “píxel” en una dirección de codificación del espacio K medido en ciclos por unidad de distancia (metros o centímetros) equivale al inverso del campo de visión en dicha dirección?

Como ya se ha descrito, cuando se genera un gradiente magnético (en la dirección que sea) se establece una relación lineal entre la posición y la fuerza del campo magnético: $B_x = G_x \cdot x$. Si se multiplica ambos lados por la constante giromagnética se obtiene:

$$\gamma \cdot B_x = \gamma \cdot G_x \cdot x.$$

Figura 28. Relación del espacio K con la imagen final. En a) se encuentra la imagen que se corresponde con la 2DFT del centro del espacio K – b) – que contiene el contraste de la imagen pero falta el detalle fino. El caso complementario se identifica en c) donde está el detalle fino de la imagen representado por las frecuencias espaciales periféricas del espacio K – d). 2DFT = Transformada de Fourier de 2 dimensiones.

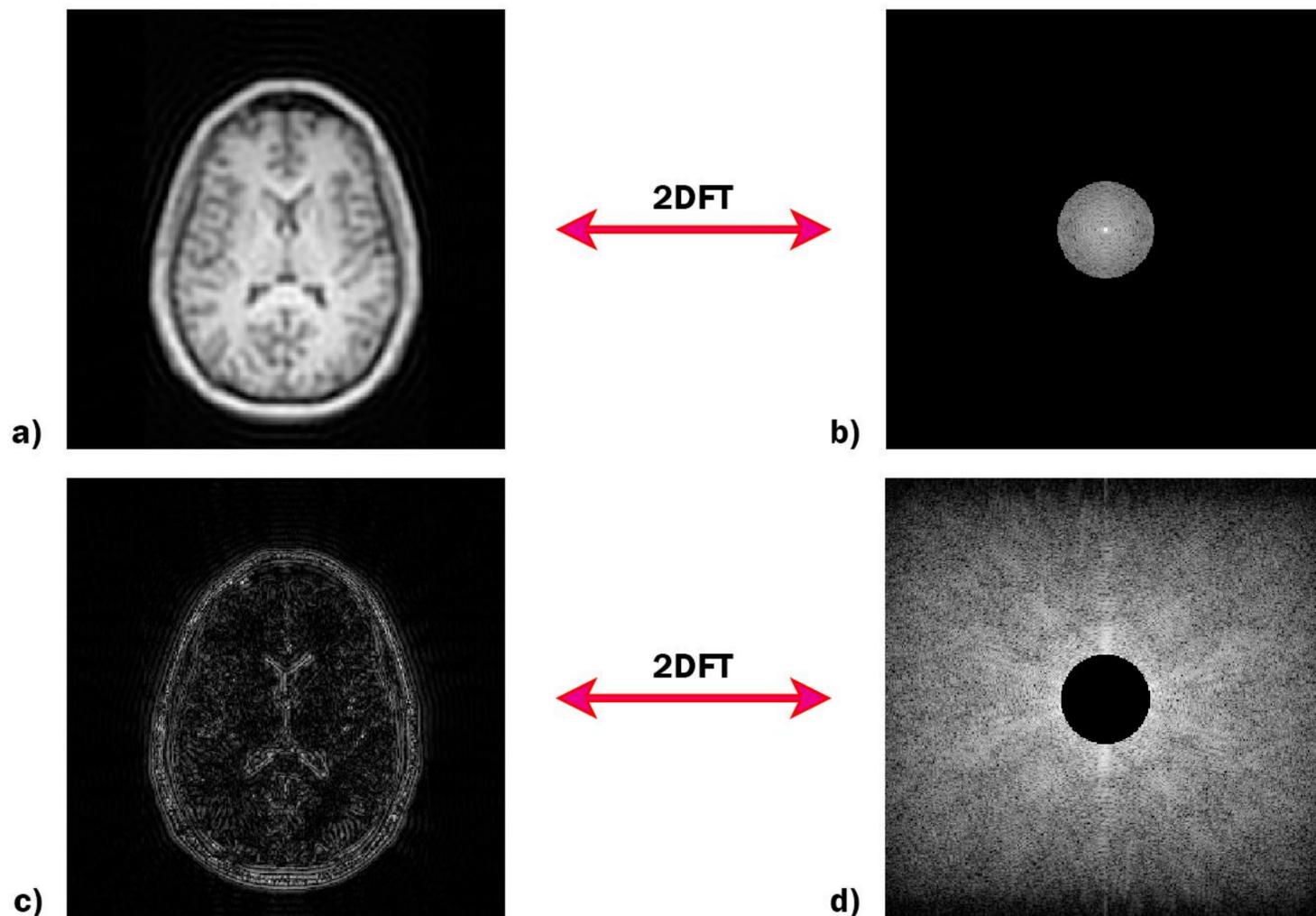
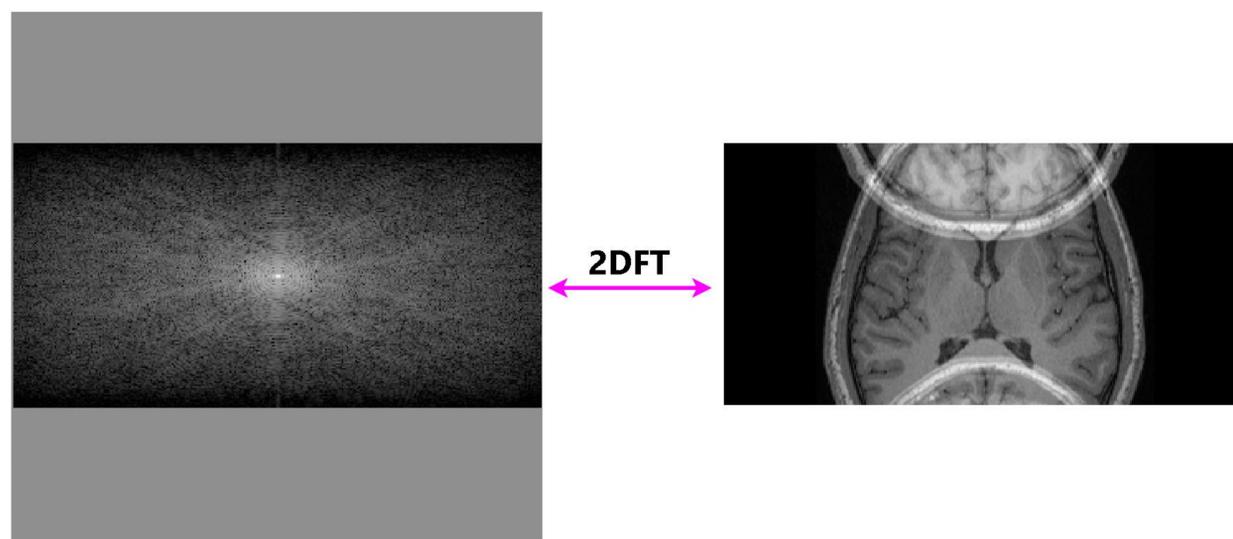
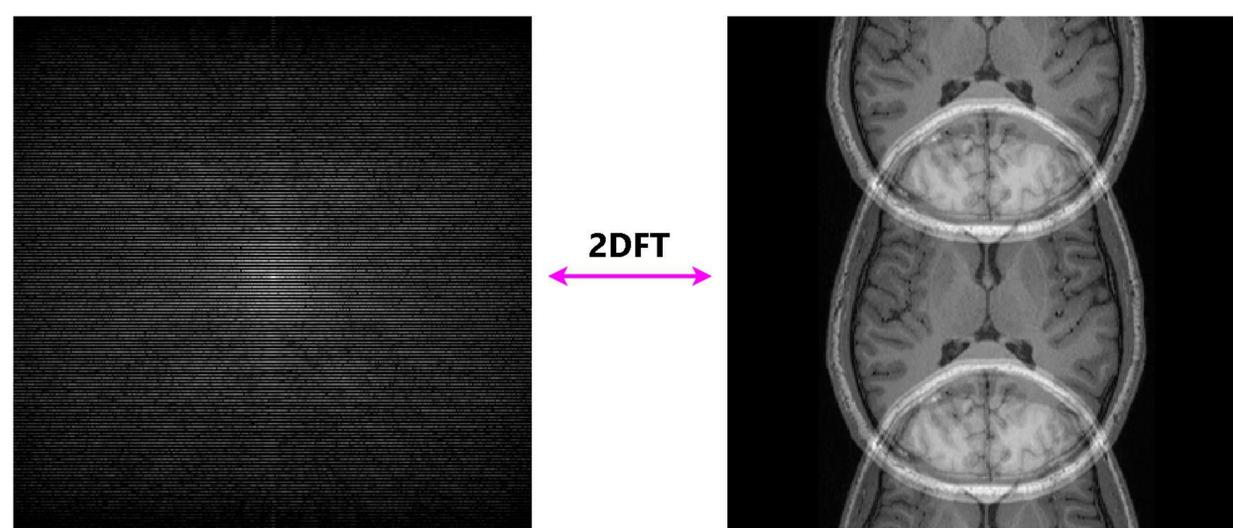


Figura 29. En la imagen superior se representa la consecuencia de un inframuestreo del espacio K pero con una compresión del mismo para no mostrar el interlineado; el resultado es una disminución del FOV en la misma dirección en la imagen final. En la imagen inferior se tiene el mismo problema de muestreo insuficiente pero esta vez no hay compresión del espacio K que muestra el interlineado cuya consecuencia es el artefacto de aliasing en la imagen final con el FOV completo. 2DFT = Transformada de Fourier de 2 dimensiones.

Inframuestreo con "compresión"

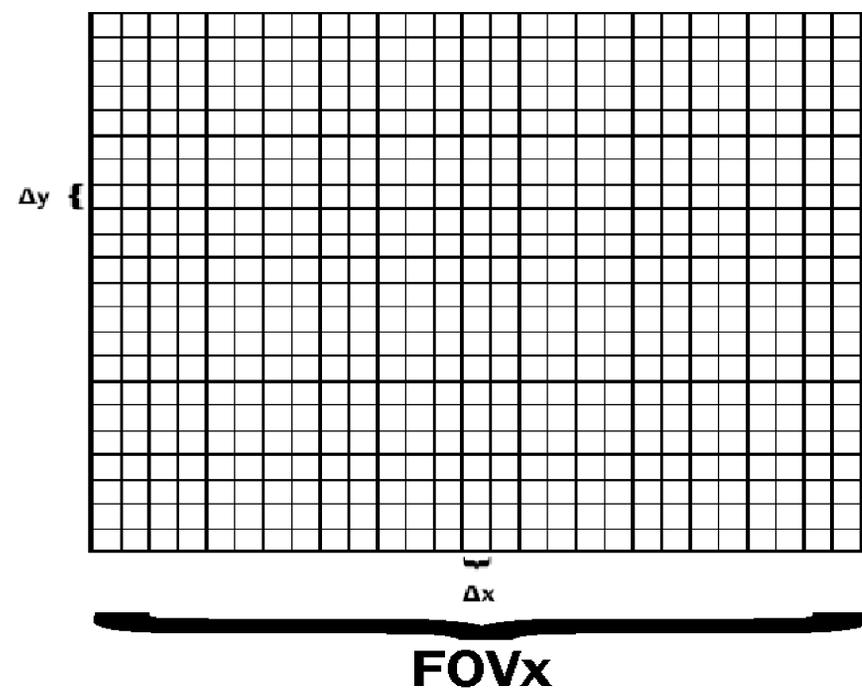
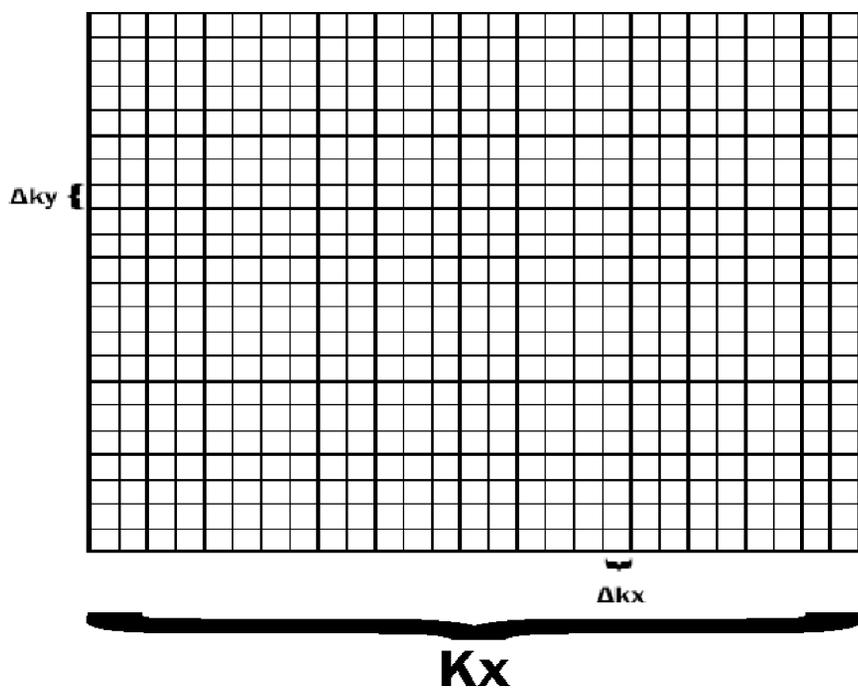


Inframuestreo sin "compresión"



ESPACIO K

IMAGEN



$$\Delta k_x = \frac{1}{FOV_x} \quad k_x = N_x \cdot \Delta k_x$$

$$\Delta x = \frac{1}{k_x} \quad FOV_x = N_x \cdot \Delta x$$

Figura 30. Existe una relación entre el espacio K (izquierda, dominio de frecuencias espaciales) y la imagen final que obtenemos de dicho espacio K (derecha, dominio de distancia – píxeles). Esta relación tiene como elementos importantes: Δk_x (unidad del espacio K, ciclos/distancia), Δx (unidad de la imagen, distancia, píxeles), k_x (suma de los Δk_x del espacio K, frecuencia máxima), FOV_x (suma de los Δx , distancia máxima de la imagen final) y N_x (número de codificaciones de frecuencia en la dirección de x). Esto es aplicable tanto para esta dirección como para la Y.

En el lado izquierdo de la igualdad está la ecuación de Larmor ($f_x = \gamma \cdot B_x$) que relaciona la frecuencia angular con el campo magnético. Se deduce entonces que $f_x = \gamma \cdot G_x \cdot x$.

El campo de visión o FOV viene determinado por la frecuencia máxima que se puede alcanzar gracias a la mayor o menor potencia del gradiente. Como la frecuencia máxima va, una vez centrada, de $-f_{max}$ a $+f_{max}$ se tiene en la mitad derecha de la imagen la frecuencia máxima correspondiente al $FOV/2$.

Por tanto, la frecuencia máxima a la derecha del FOV se expresa como: $+f_{max} = \gamma \cdot G_x \cdot FOV/2$; y la mínima se expresa como: $-f_{max} = -\gamma \cdot G_x \cdot FOV/2$. El rango desde la frecuencia mínima a la máxima es lo que se conoce como ancho de banda o *bandwidth* (BW) que se puede expresar como: $BW = 2f_{max}$.

De las ecuaciones anteriores se deduce que $BW = \gamma \cdot G_x \cdot FOV_x$ que se puede reescribir como $FOV_x = BW / \gamma \cdot G_x$.

Otra forma de expresar el BW es como el inverso del tiempo de muestreo: $BW = 1/\Delta T_s$. Sabiendo esto, se puede reescribir la fórmula del FOV como: $FOV_x = 1/\gamma \cdot G_x \cdot \Delta T_s$; si invertimos en los dos lados: $1/FOV_x = \gamma \cdot G_x \cdot \Delta T_s$.

Si se habla de intervalos de muestreo (Δt) en vez de tiempo de muestreo total (ΔT_s) se puede reescribir la ecuación como: $1/FOV_x = \gamma \cdot G_x \cdot \Delta t_x$. Es la parte derecha de la ecuación lo que se conoce como Δk_x . De ahí se puede extraer la famosa relación:

$$\Delta k_x = \frac{1}{FOV_x}$$

También hay que tener en cuenta como está representada la resolución final de la imagen (lo pequeños o grandes que son los píxeles) en el espacio K. Si el FOV viene determinado por la ecuación $\Delta k_x = 1/FOV_x$, la resolución de la imagen viene determinada por el número de pasos de adquisición de frecuencia (N_x), el número de pasos de adquisición de fase (N_y) y el espaciado entre puntos del espacio K en ambas direcciones (Δk_x y Δk_y).

Habiendo hecho esta aclaración se puede entender entonces como el número de Δk_x en el eje x o y determina el tamaño del FOV en dichos ejes (**figura 31**). Otra forma de expresarlo sería como el tiempo de muestreo o el gradiente aplicado también influyen sobre el FOV final de la imagen.

Un imagen con 512 (N_x) x 512 (N_y) tendrá una mayor resolución que una de la mitad de pasos de codificación – para un mismo FOV (mismo $\Delta k_x/\Delta k_y$). No obstante, y debido al menor tamaño de los vóxeles (suponiendo que se mantenga constante el FOV), la SNR de cada vóxel será más baja, haciendo que la imagen final se vea más granulada. Es por ello que hay que buscar un equilibrio que no empeore la calidad de la imagen globalmente.

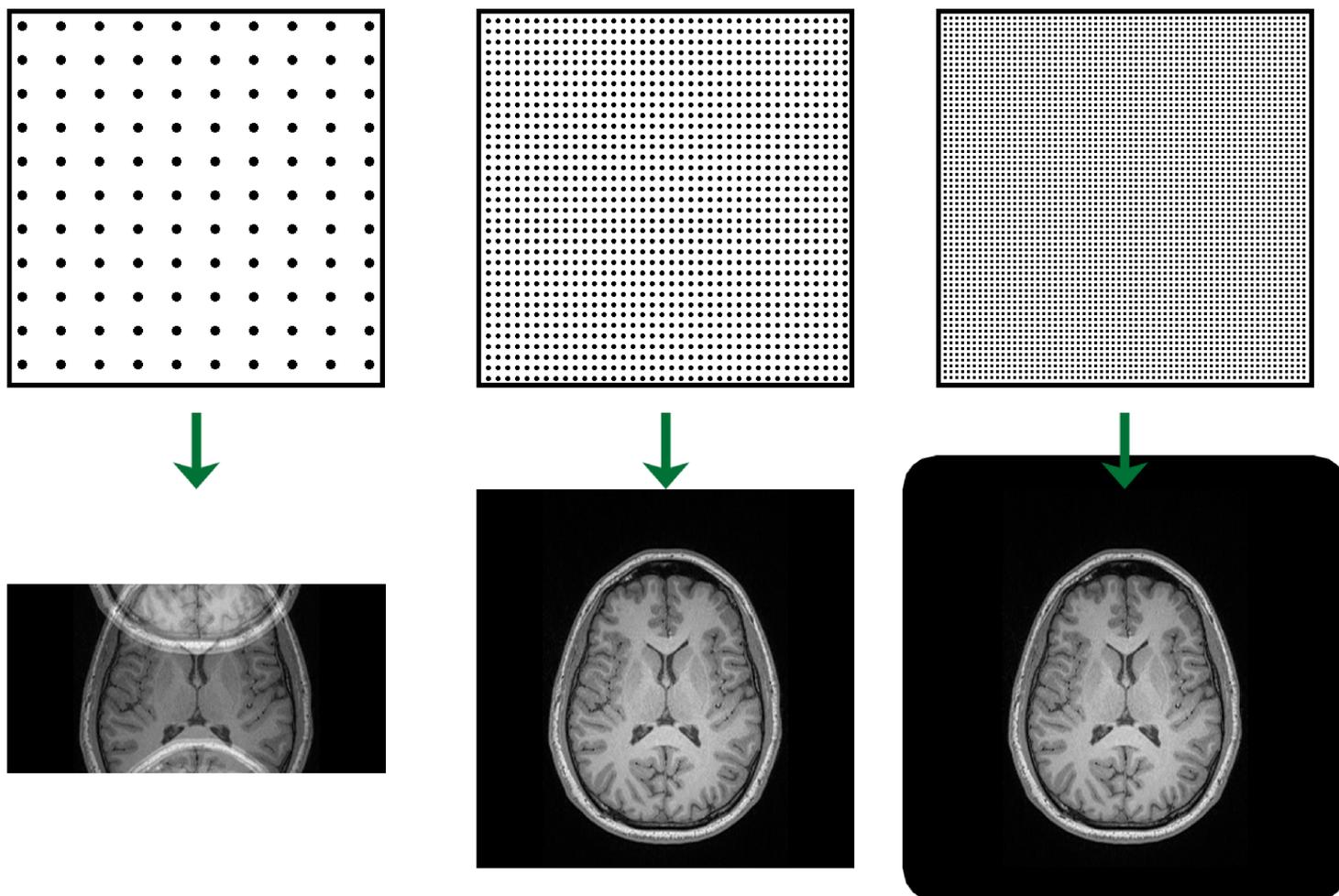


Figura 31. En la columna de la izquierda con pocos Δk (o también por inframuestreado) sucede el fenómeno de *aliasing*, es decir el FOV de la imagen es demasiado pequeño haciendo que aquellas frecuencias percibidas por la antena receptora pero que se quedan fuera del FOV sean situadas erróneamente en la imagen final. En la columna central esto cambia al utilizar un muestreado más apropiado que hace que el FOV más adecuado. En la columna de la derecha se ve un caso de “exceso de muestreado” u *oversampling* haciendo que el FOV sea innecesariamente grande (esta técnica se utiliza en algunas ocasiones para solucionar el *aliasing*).

Esto en el espacio K no se ve como una mayor concentración de puntos – esto es lo que determina el FOV – sino como un aumento de las frecuencias máximas y mínimas que se utilizan para poder reconstruir la imagen (**figura 32**).

Esto también se puede derivar como el caso del *FOV*. Se debe tener en cuenta la ecuación antes obtenida:

$$\Delta k_x = \frac{1}{FOV_x}$$

Se puede intuir que el total de frecuencias espaciales cubiertas en la dirección x (para seguir con el ejemplo) del espacio K viene determinada por $k_x = \Delta k_x \cdot N_x$. Si se aprovecha la simetría del espacio de frecuencias $2k_{max} = \Delta k_x \cdot N_x$.

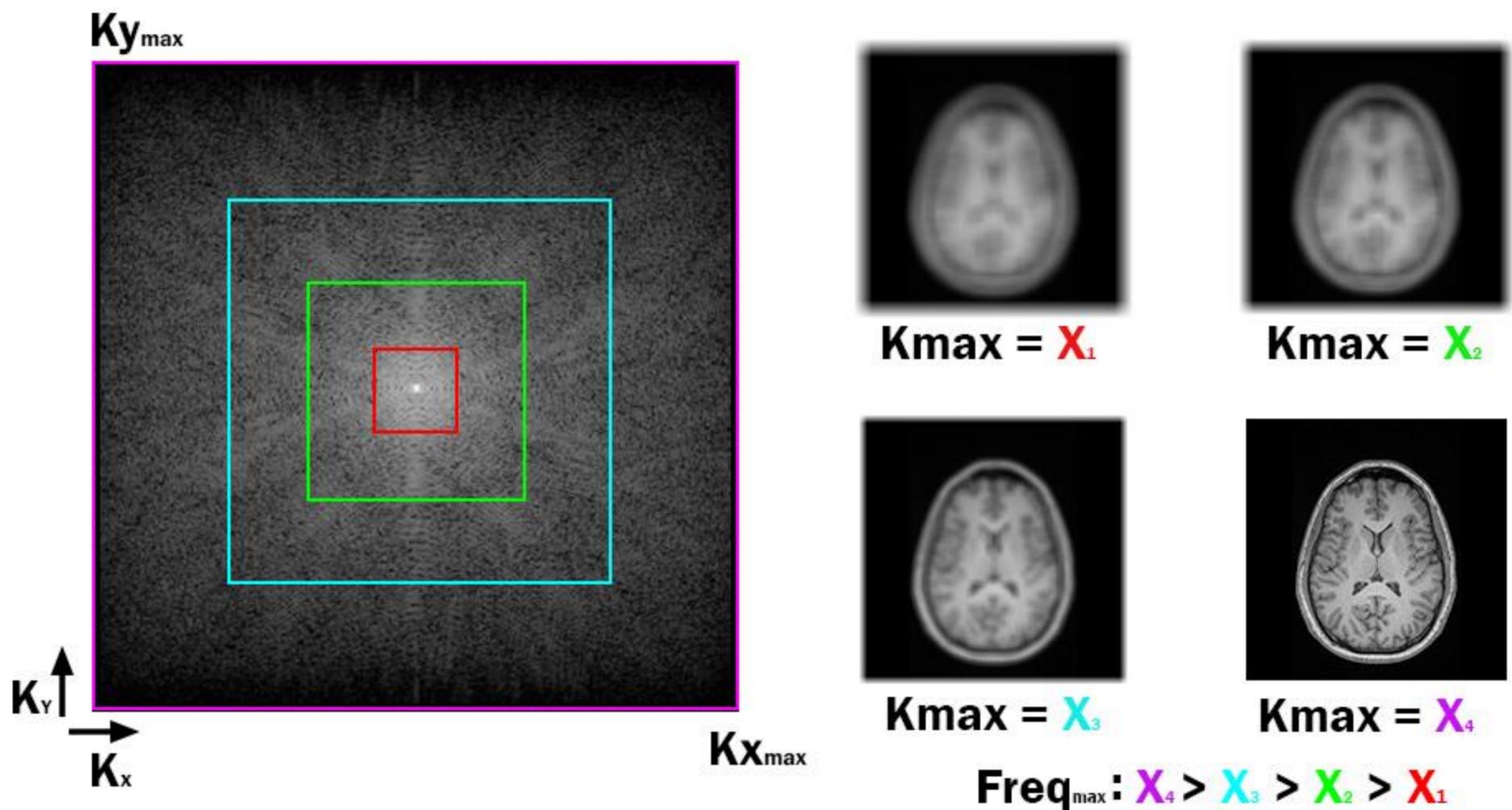


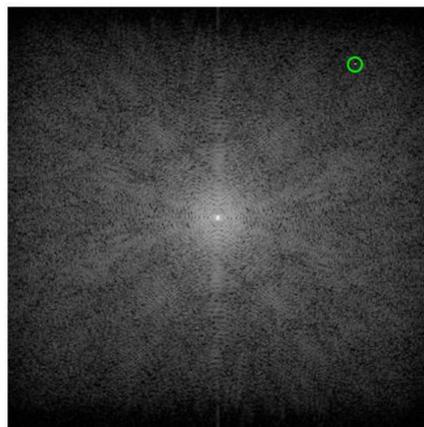
Figura 32. En el espacio K , la mayor resolución de la imagen lo determina la frecuencia máxima con la que se trabaja. Manteniendo la distancia de Δk_x y Δk_y iguales, al aumentar rango de frecuencias con las que se trabaja, es decir, aumentar la k_{max} , la resolución de la imagen mejorará. En el caso del ejemplo, la k_{max} más alta (morada) da una mejor resolución que la segunda k_{max} (azul), ésta una mayor resolución que la verde, y por último, ésta una mayor k_{max} / resolución que la roja.

El campo de visión se representa en la imagen como el grosor del píxeles por el número total de píxeles, estando este último valor determinado por el número de codificaciones $FOV_x = \Delta x \cdot N_x$ o, tras una reorganización algebraica, $N_x = FOV_x / \Delta x$.

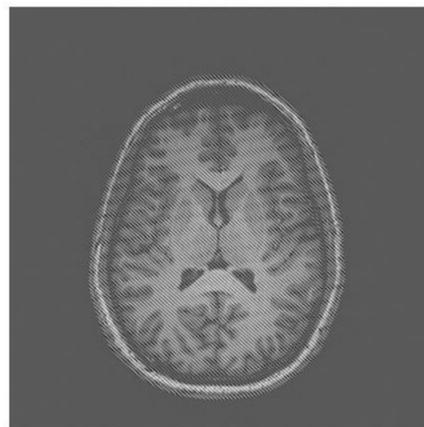
Si se sustituye en la última ecuación de la página anterior la frecuencia máxima se obtiene que $2k_{max} = \Delta k_x \cdot FOV_x / \Delta x$. Tras un poco de álgebra se deriva que $\Delta x = \Delta k_x \cdot FOV_x / 2k_{max}$.

Siendo $\Delta k_x = 1/FOV_x$ el numerador de la ecuación anterior se anula y se obtiene la ecuación:

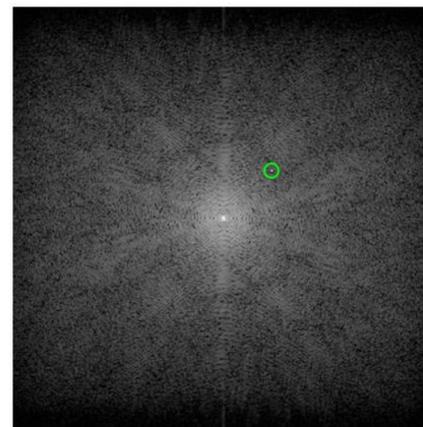
$$\Delta x = 1/2k_{max}$$



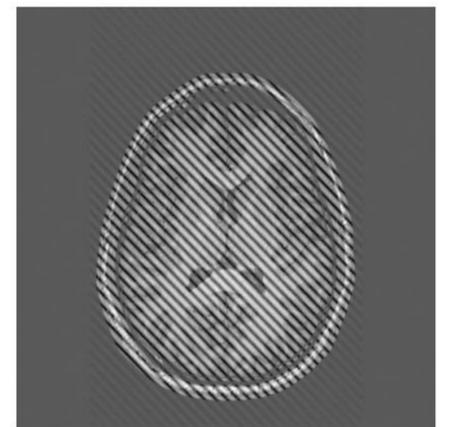
Spike



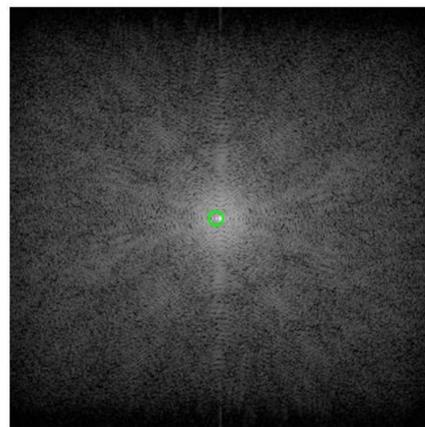
a)



Spike



b)



Spike

c)

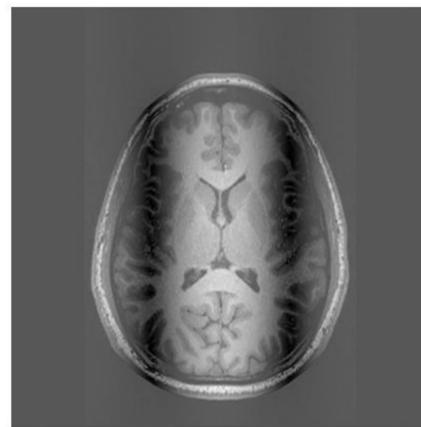


Figura 33. Artefacto sobre la imagen final producido por un punto excesivamente brillante (con mucha señal) en el espacio K. Dicho punto representa una frecuencia espacial determinada por la posición que ocupa en el espacio K, al ser tan brillante, queda sobrerrepresentada produciendo un artefacto que no es más que visualizar dicha frecuencia espacial excesivamente en la imagen final. En el caso de a) es una frecuencia espacial muy alta (las zonas de alta intensidad y valles están muy juntas) y tiene una dirección diagonal superior-derecha. En el caso de b) tiene una frecuencia espacial algo menos alta aunque la dirección es la misma. En c) este spike de señal es casi central, teniendo una frecuencia espacial muy baja y con un componente horizontal pero ninguno vertical.

Que relaciona el grosor del píxel en la imagen con la frecuencia máxima del espacio K. Esta relación funciona de forma independiente para cada dirección x, y, z . Ésta es la razón de que un diferente uso de número de codificaciones de frecuencia en el eje de codificación de frecuencia y de fase de lugar a vóxeles rectangulares.

Es también importante el conocimiento del espacio K y su funcionamiento para poder así entender la aparición de algunos artefactos de imagen derivados de su uso. Ya se ha mostrado como un FOV demasiado pequeño puede producir *aliasing*, un artefacto que incluso a día de hoy sigue siendo bastante común en el día a día.

Otros artefactos que también pueden aparecer por anomalías en el espacio K son aquellos derivados de puntos demasiado brillantes alejados del centro del espacio K y que se suelen deber a registros anómalos de la señal (**figura 33**) y no a una SNR elevada como ocurre con las frecuencias bajas o centrales, o el artefacto fantasma, obtenido por un mal registro de la fase en el espacio K .

Conclusión

Se ha podido mostrar de una forma teórica y visual el funcionamiento básico de la adquisición de los cortes del paciente para transformarlos en una imagen final de RM, pasando por el espacio K. El objetivo de este trabajo era el de facilitar el entendimiento fundamental, sin entrar en demasiados detalles, sobre como se construye este espacio K, qué utilidad tiene, que elementos los componen, como se extraen, como se pasa del espacio K a la imagen real, algunas de sus peculiaridades y algunos de los artefactos que son consecuencia de su uso.

Este trabajo espera haber conseguido este objetivo e insta al lector encarecidamente a leer la bibliografía referida para entender mejor y profundizar sobre este concepto que puede ser tan difícil de entender.

Se insta también al lector a utilizar los diferentes programas creados por usuarios o grupos para facilitar el entendimiento del funcionamiento del espacio K. Entre ellos, se recomienda “K-Space Explorer” (<https://k-space.app/>) por ser gratuito y de código abierto.

Nota: Las figuras presentes en este trabajo, salvo que esté expresamente indicado de otra manera, son trabajo del autor principal del mismo y están sujetas a una licencia de cultura libre Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

Referencias

1. Elster AD. MRI Questions [Internet]. 2021. (MRIQUESTIONS.com). Available from: MRIQUESTIONS.com
2. Hashemi RH, Bradley W, Lisanti CJ. MRI: the basics [Internet]. Lippincott Williams & Wilkins; 2017. Available from: <https://www.vlebooks.com/vleweb/product/openreader?id=none&isbn=9781496384348>
3. Larsson C. Introduction to Phase Encoding in MRI [Internet]. Elsevier Ltd; 2014. 19 p. (Design of Modern Communication Networks). Available from: <https://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-407238-1.00001-4>
4. Biró G. K-Space Explorer. 2022. (<https://k-space.app/>).
5. Miller K. MRI Image Formation. FMRIB Physics Group; 2012.
6. Wald G. MR Image Encoding. Harvard-MIT Division of Health Sciences and Technology; 2006. 12 p. (Magnetic Resonance Analytic, Biochemical, and Imaging Techniques).
7. Hanson LG. Introduction to Magnetic Resonance Imaging Techniques [Internet]. 2009. Available from: https://explore.openaire.eu/search/other?orpld=drcmr_____dk::fa74b2b6aa7a1adfb79fe5631d40398
8. Felmlee JP, Morin RL, Salutz JR, Lund GB. Magnetic resonance imaging phase encoding: a pictorial essay. 1989 Jul 1;9(4):717–22. Available from: <http://radiographics.rsna.org/content/9/4/717.abstract>
9. Bernstein MA, King KF, Zhou XJ. Handbook of MRI Pulse Sequences [Internet]. San Diego: Elsevier Science & Technology; 2004. Available from: [https://ebookcentral.proquest.com/lib/\[SITE_ID\]/detail.action?docID=312727](https://ebookcentral.proquest.com/lib/[SITE_ID]/detail.action?docID=312727)
10. Bushberg JT, Seibert JA, Edwin M. Leidholdt J, Boone JM. The Essential Physics of Medical Imaging [Internet]. Philadelphia: Wolters Kluwer Health; 2020. Available from: [https://ebookcentral.proquest.com/lib/\[SITE_ID\]/detail.action?docID=6882212](https://ebookcentral.proquest.com/lib/[SITE_ID]/detail.action?docID=6882212)